Individual Differences

COLIN COOPER
School of Psychology, The Queen's University, Belfast

ARNOLD
A member of the Hodder Headline Group
LONDON • NEW YORK • SYDNEY • AUCKLAND

К. Купер

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ РАЗЛИЧИЯ

Перевод с английского
доктора психол. наук, проф. *Т. М. Марютиной*
Научный редактор перевода
канд. психол. наук *И. В. Равич-Щербо*

АСПЕКТ ПРЕСС
Москва
2000

УДК 159.9
ББК 88.4
К 92

Данное издание выпущено в рамках программы
Центрально-Европейского Университета
«Books for Civil Society» при поддержке
Центра по развитию издательской деятельности
(OSI — Budapest) и Института «Открытое общество.
Фонд Содействия» (OSIAF — Moscow).

На переплете картина
Франца-Вильгельма Зайверта «Город и деревня»

Купер К.
К 92 Индивидуальные различия/Пер. с англ. Т. М. Марютиной под ред. И. В. Равич-Щербо — М.: Аспект Пресс, 2000.— с. 527
ISBN 5-7567-0129-X

Книга посвящена изучению индивидуальных различий в психологии. Она состоит из двух разделов. В первом рассматриваются биологические и социальные источники происхождения индивидуально-психологических различий. Во втором разделе особое внимание уделяется факторному анализу и возможностям его применения в дифференциальной психологии. В конце книги имеется приложение, включающее кодекс справедливого тестирования в образовании.

Для студентов-психологов, практических психотерапевтов.

УДК 159.9
ББК 88.4

First published in Great Britain in 1998
by Arnold, a member of the Hodder
Headline Group
338 Euston Road, London NW1 3BH
175 Fifth Avenue, New York, NY 10010

ISBN 5-7567-0129-X

14 ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

Общая картина

Факторный анализ — это статистический инструмент, который лежит в самой основе исследования индивидуальных различий. Многочисленные варианты его использования включают конструирование тестов, выявление основных параметров личности и способностей, установление того, сколько отдельных психологических характеристик (т.е. черт) измеряется набором тестов или заданиями теста. В этой главе вводится широкое понятие факторного анализа. Детали того, как выполнять и интерпретировать факторный анализ, описываются в главе 15.

Главы, рекомендуемые для предварительного чтения

1, 11 и 13.

Введение

Мы должны начать с упоминания о том, что термин «факторный анализ» может относиться к двум довольно разным статистическим методикам. *Исследовательский факторный анализ** — более старая (и более простая) методика, ее описание составляет основу этой главы и первый раздел главы 15. *Конфирматорный факторный анализ* и его разновидности (известные как «анализ путей», «анализ латентных переменных» или «модели LJSREL») полезны во

---

* В отечественной литературе он иногда называется эксплораторным факторным анализом. (*Прим. науч. ред.*)

многих областях за пределами изучения индивидуальных различий и особенно популярны в социальной психологии. Краткое описание *этой* методики дается в конце главы 15. Авторы не всегда четко указывают, какой из видов факторного анализа использовался — исследовательский или конфирматорный. Если вы увидите термин «факторный анализ» в журнале, следует допустить, что имеется в виду исследовательский факторный анализ.

В главе 13 было показано, почему важно, чтобы все задания шкалы измеряли одну (и только одну) психологическую переменную, и кроме того, был введен коэффициент альфа как показатель надежности шкалы. Эта техника *исходит* из того, что все задания в тесте формируют одну шкалу и коэффициент надежности, в сущности, проверяет, насколько это допущение обоснованно.

Альтернативный подход может включать исследование выборки заданий теста и *выявление* того, сколько различных шкал они содержат *и какие задания принадлежат каждой шкале (шкалам)*. Предположим, что психолог предъявлял группе испытуемых ряд словарных заданий, несколько заданий — на понимание и несколько заданий, содержащих анаграммы. Наиболее полезным было бы узнать, будут ли словарные задания формировать первую шкалу, задания на понимание — вторую и задания на решение анаграмм — третью шкалу или (например) словарные задания и задания на понимание сформируют одну шкалу, в то время как задачи на решение анаграмм — другую. Однако давайте сначала рассмотрим более простой пример. Предположим, что в интересах науки вы планируете собрать следующие данные у случайно сформированной выборки, например, у 200 знакомых студентов в баре вашего университета или колледжа:

- V1 — вес тела (в кг);
- V2 — степень невнятности речи (ранжируется по шкале от 1 до 5);
- V3 — длина ноги (в см);
- V4 — разговорчивость (ранжируется по шкале от 1 до 5);
- V5 — длина руки (в см);
- V6 — степень шатания при попытках пройти по прямой линии (ранжируется по шкале от 1 до 5).

Кажется вероятным, что V1, V3 и V5 будут варьировать совместно, поскольку крупные люди будут склонны иметь длинные руки и ноги и больше весить. Все эти три пункта измеряют некоторое фундаментальное свойство индивидуумов вашей выборки: их размеры. Точно так же вероятно, что V2, V4 и V6 будут варьировать совместно, так как количество употребленного алкоголя, вероятно, будет связано с четкостью речи, разговорчивостью и с осложнениями при попытках пройти по прямой линии. Таким образом, хотя мы собрали шесть фрагментарных данных, эти переменные измеряют только 2 конструкта: размеры тела и степень опьянения. В факторном анализе вместо слова «конструкт» обычно используется слово «фактор», и далее мы будем следовать этой традиции.

Исследовательский факторный анализ, по существу, выполняет две функции.

- Он показывает, сколько отдельных психологических конструктов (факторов) измеряется данным набором переменных. В приведенном выше примере такими двумя факторами являются размеры тела и степень опьянения.
- Он показывает, какие именно конструкты измеряют использованные переменные. В приведенном выше примере было показано, что V1, V3 и V5 измеряют один фактор и V2, V4 и V6 измеряют другой, совершенно отличный фактор.

В некоторых формах факторного анализа дополнительно можно прокоррелировать факторы между собой, и затем вычислить для каждого испытуемого индивидуальную оценку по каждому фактору в целом («факторные оценки»).

Оценки по полным тестам (а не по его отдельным заданиям) также могут подвергаться факторному анализу — на самом деле именно так эта методика и используется. Факторный анализ в этом случае может показать, действительно ли тесты, которые, предположительно, измеряют один и тот же конструкт (например, шесть тестов, которые претендуют на измерение тревожности), продуцируют один фактор, или же в этом случае будут выделены несколько факторов (указывая на то, что тесты на самом деле измеряют несколько разных характеристик). Факторный анализ оценок, полученных на основе полных тестов, может быть чрезвычайно полезен для установления того, что именно измеряется группой тестов, поскольку многозначность языка допускает, что одному и тому же конструкту разными исследователями могут быть даны различные наименования. «Тревога» у одного автора может обозначать то же самое, что «нейротицизм» — у другого или «негативный аффект» — у третьего. Число терминов, используемых в психологии индивидуальных различий, потенциально безгранично, и без факторного анализа нет надежного способа установить, действительно ли несколько шкал измеряют один и тот же базисный психологический феномен. Например, если в издательском каталоге указано, что имеются психологические средства измерения «нейротицизма», «тревоги», «истерии», «силы Эго», «нервозности», «низкой самоактуализации» и «боязливости», кажется разумным задать вопрос: действительно ли это шесть отдельных понятий или это одна и та же характеристика, которой исследователи, имеющие разные теоретические воззрения, дали различные названия? Факторный анализ может точно ответить на этот вопрос, и поэтому он чрезвычайно полезен для упрощения структуры личности и способностей.

Возможности факторного анализа не ограничиваются анализом заданий или оценок теста. Можно факторизовать, например, показатели времени реакции, взятые из когнитивных тестов различного типа, чтобы определить, какие из них (если такие есть) связаны между собой. Возможен и иной подход. Предположим, что группу школьников, которые не имели специальной спортивной подготовки или спортивной практики, оценивали с точки зрения их успешности в соревнованиях по 30 видам спорта с помощью комплекса оценок, включавшего рейтинги тренеров, регистрацию времени, среднюю длину броска, процент отсутствия очков при игре в крикет, забитые голы и любые другие измерения показателей успешности, наиболее подходящие для каждого вида спорта. Единственное условие состоит в том, что каждый ребенок должен участвовать в каждом виде соревнования. Факторный анализ обнаружит много интересных фактов; например, он покажет, будут ли индивидуумы, успешные в одной игре с мячом, демонстрировать тенденцию к успешности во всех остальных играх, будут ли соревнования по бегу на длинные и короткие дистанции образовывать две различные группы (и какой вид соревнования будет входить в какую группу) и т.д. Таким образом, вместо того чтобы обсуждать происходящее в терминах успешности в 30 различных областях, будет возможно суммировать эту информацию, обсуждая ее в категориях шести основных спортивных способностей (или стольких способностей, сколько выявит факторный анализ).

Изучение исследовательского факторного анализа

Верхняя часть табл. 14.1 представляет собой опросник, состоящий из шести утверждений. Шестерых студентов попросили ответить на каждое утверждение, используя пятибалльную оценочную шкалу, как показано в таблице, и их ответы даны в нижней части таблицы. Они говорят о степени согласия каждого участника с каждым утверждением.

Упражнение

Посмотрите на ответы студентов, расположенные в нижней части табл. 14.1. Попытайтесь определить, основываясь на этих цифрах, существует ли какая-либо степень совпадения между каждым из шести заданий и, если существует, то укажите между какими из них. На это упражнение отводится около 5 минут.

Первое, что вы можете сделать, — это оценить усредненные ответы по каждому заданию. На основе этого вы можете увидеть, что индивидуумы не склонны соглашаться с утверждением 4, ответы на которое имеют средний ранг 2,16, в то же время большинство индивидуумов обнаруживают тенденцию соглашаться с утверждением 2, среднее значение ответов на которое составляет 3,5. Вы можете также попробовать проанализировать вариативность оценок, чтобы узнать, образуют ли одни утверждения больший диапазон ответов, чем другие. Однако, как бы ни были интересны эти данные, они в действительности не помогают нам понять характер связей *между* переменными. Было бы полезно знать, действительно ли шесть утверждений оценивают шесть различных понятий или же они полностью перекрываются, а таблица средних значений этого показать не может.

В главе 11 говорилось, что опросники обычно обрабатываются путем суммирования оценок, полученных индивидуумом по всем входящим в состав опросника утверждениям. Было бы интересно повторить то же самое с данными из табл. 14.1 и вычислить, например, что Стефен по всему опроснику имеет оценку 18 и т.д. Если вы попытаетесь сделать это, вам следует прежде прочесть главу 11 еще раз. Помните, что имеет смысл суммировать оценки индивидуумов только в том случае, если все задания оценивают

Таблица 14.1

Личностный опросник, состоящий из шести заданий, и ответы пяти студентов

Q1	Я получаю удовольствие от общения	1	2	3	4	5
Q2	Я часто действую импульсивно	1	2	3	4	5
Q3	Я веселый человек	1	2	3	4	5
Q4	Я часто ощущаю депрессию	1	2	3	4	5
Q5	Мне трудно засыпать по ночам	1	2	3	4	5
Q6	Большие толпы людей вызывают у меня чувство тревоги	1	2	3	4	5

Пожалуйста, обведите кружком *одну цифру*, которая соответствует вашей реакции на утверждение:

обводите «5», если вы полностью согласны с описывающим вас утверждением;
обводите «4», если оно характеризует вас достаточно хорошо;
обводите «3», если не имеете определенной точки зрения или не уверены в том, что это утверждение характеризует вас;
обводите «2», если чувствуете, что утверждение не вполне характеризует вас;
обводите «1», если абсолютно уверены, что это утверждение вас не характеризует.

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6
Стефен	5	5	4	1	1	2
Энн	1	2	1	1	1	2
Пол	3	4	3	4	5	4
Джанетт	4	4	3	1	2	1
Майкл	3	3	4	1	2	2
Кристин	3	3	3	5	4	5

один и то же психологический концепт, а у нас нет никакого представления о том, действительно ли шесть утверждений опросника измеряют одно, два, три, четыре, пять или шесть достаточно разных психологических феноменов. Основная цель данного анализа — как раз ответить на этот вопрос, и потому описанная стратегия также оказывается неподходящей.

Наблюдательные читатели могли заметить некоторые тенденции в этих данных. Вы могли обратить внимание, что ответы индивидуумов на утверждения 1, 2 и 3 обнаруживают тенденцию к сходству. Стефен склонен соглашаться со всеми тремя, Энн не склонна соглашаться с ними, в то время как остальные обнаруживают более или менее нейтральную позицию по отношению к ним. Это, конечно, довольно грубые апроксимации, однако вы можете видеть, что ни один из тех, кто поставил себе ранг 1 или 2 по одному из этих трех вопросов, не присваивает себе ранг 4 или 5 по одному из других. Благодаря этому можно предположить, что удовольствие от общения, импульсивность действий и жизнерадостное отношение демонстрируют тенденцию к группированию и поэтому можно ожидать, что эти три задания образуют шкалу. То же самое относится и к заданиям с 4 по 6. Опять такие испытуемые, как Стефен и Энн, которые дают себе низкую оценку по одному из этих трех утверждений, присваивают себе низкий балл и по оставшимся двум утверждениям, в то время как Кристин выставляет себе высокие оценки по всем трем позициям.

Таким образом, оказывается, что в этом опроснике существует два кластера утверждений: первый состоит из утверждений 1, 2 и 3, второй — из утверждений 4, 5 и 6. Однако обнаружение этих связей — очень сложная задача. Если порядок колонок в табл. 14.1 изменить, то эти связи трудно или невозможно будет обнаружить «на глаз».

К счастью, статистическая характеристика, именуемая *коэффициентом корреляции*, дает возможность определить, действительно ли индивидуумы, имеющие низкие баллы по одной переменной, склонны иметь низкий (или высокий) балл по другим переменным. Краткое описание корреляционных методов дано в приложении А, к которому следует обратиться в данный момент, если в этом есть необходимость.

В табл. 14.2 представлены корреляции, вычисленные на основе табл. 14.1. (Подробное вычисление этих корреляций не приводится, поскольку работы по статистике, такие, как книга Хауэлла (Howell, 1992), объясняют эту процедуру во всех деталях.) Эти корреляции подтверждают наши предположения, касающиеся взаимосвязей между ответами студентов на утверждения с 1 по 3 и с 4 по 6. Ответы на утверждения с 1 по 3 высоко коррелируют между собой (0,933; 0,824 и 0,696, соответственно) и почти не коррелируют с ответами на вопросы с 4 по 6 (−0,096 и т.д.). Точно так же ответы на утверждения с 4 по 6 высоко коррелируют между собой (0,896; 0,965 и 0,808, соответственно) и почти не коррелируют с ответами на утверждения с 1 по 3.

Таким образом, корреляции позволяют сделать вывод, что утверждения с 1 по 3 формируют одну естественную группу, а

Таблица 14.3

Таблица косинусов для графического изображения корреляции между переменными

Угол (в градусах)	*Косинус угла*
0	1,000
15	0,966
30	0,867
45	0,707
60	0,500
75	0,259
90	0,000
120	−0,500
150	−0,867
180	−1,000
210	−0,867
240	−0,500
270	0,000
300	0,500
330	0,867

гих векторов равной длины, причем все они исходят из той же точки, что и первый вектор. Углы между переменными, по договоренности, измеряются в направлении, задаваемом направлением движения часовой стрелки. Переменные, между которыми имеются большие положительные корреляции, располагаются близко друг к другу, поскольку табл. 14.3 показывает, что большие корреляции (или косинусы) соответствуют маленьким углам между векторами. Векторы высоко коррелирующих переменных имеют одно и то же направление; переменные, имеющие высокие отрицательные корреляции друг с другом, обращены в противоположные стороны, а векторы переменных, которые не коррелируют между собой, указывают на совершенно разные направления. На рис. 14.1 приводится простой пример. Корреляции между переменными V1 и V2 должны быть равны 0, и это выражается двумя векторами равной длины, выходящими из одной точки, но под прямым углом друг к другу (90°), как изображено в табл. 14.3. Корреляция между V1 и V3 равна 0,5, а корреляция между V2 и V3 составляет 0,867, поэтому переменная V3 располагается, как показано на рисунке.

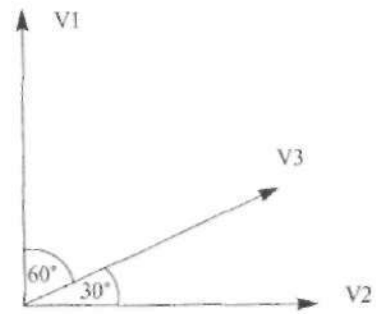


Рис. 14.1. Корреляции между тремя переменными и их геометрическое выражение.

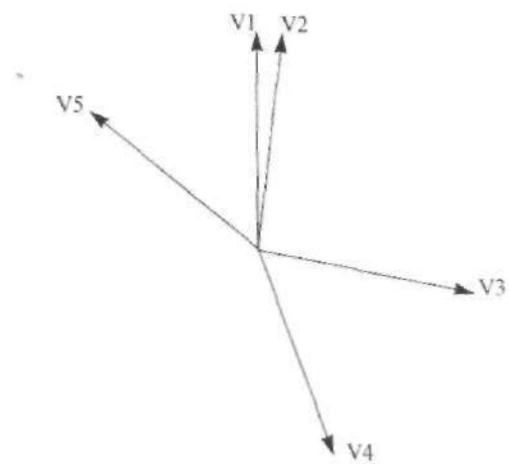


Рис. 14.2. Геометрическое выражение корреляций между пятью переменными.

Задание для самопроверки 14.1

На рис. 14.2 изображено геометрическое выражение корреляций между пятью переменными. Используя табл. 14.3, попытайтесь ответить на следующие вопросы:

(а) Какие две переменные имеют самую высокую положительную корреляцию?

(б) Какая переменная образует корреляцию, равную 0, с V3?

(в) Какая переменная имеет самую большую отрицательную корреляцию с V3?

Упражнение

Попытайтесь приблизительно прикинуть, как корреляции между шестью заданиями теста, приведенные в табл. 14.2, будут выглядеть, если их представить в геометрическом выражении.

Вы, наверное, можете догадаться, что не всегда возможно представить корреляции в двух измерениях (т.е. на плоском листе бумаги). Например, если поменять значение любой из корреляций на рис. 14.1 на другую величину, то один из векторов должен был бы располагаться под некоторым углом к плоскости страницы. Последнее не является проблемой для собственно математических процедур факторного анализа, однако оно означает, что нельзя использовать этот геометрический метод, чтобы проводить факторной анализ в реальной жизни.

Рис. 14.3 является достаточно хорошей апроксимацией данных, представленных в табл. 14.2. Игнорируя векторы F1 и F2, можно видеть, что корреляции между переменными V1, V2 и V3, показанные на этом рисунке, очень большие и положительные (т.е. между этими векторами — маленькие углы). Сходным образом корреляции между переменными с V4 по V6 — тоже большие и положительные. Поскольку переменные с V1 по V3 имеют близкие к 0 корреляции с V4, V5 и V6, то переменные V1, V2 и V3 с V4, V5 и V6 образуют прямой угол. Компьютерная программа по факторному анализу, по существу, попытается «объяснить» корреляции между переменными в категориях меньшего числа факторов. Полезно побеседовать об «общих факторах» вместо просто «факторов» — они означают то же самое, но позволяют обеспечить большую точность. Данный пример ясно указывает на то, что существует два кластера корреляций, поэтому информация, полученная из табл. 14.2, может быть апроксимирована двумя общими факторами, каждый из которых проходит через группу больших корреляций. Общие факторы на рис. 14.3 изображены в виде более длинных векторов, обозначенных F1 и F2.

Должно быть ясно, что измеряя угол между каждым общим фактором и каждой переменной, можно вычислить *корреляции* между каждой переменной и каждым общим фактором. Переменные V1, V2 и V3 будут иметь большие корреляции с фактором F1 (V2 фактически будет иметь корреляцию, близкую к 1,0, с фактором F1, поскольку фактор F1, по сути, находится на вершине этой переменной). Переменные V1, V2 и V3 будут иметь корреляции,

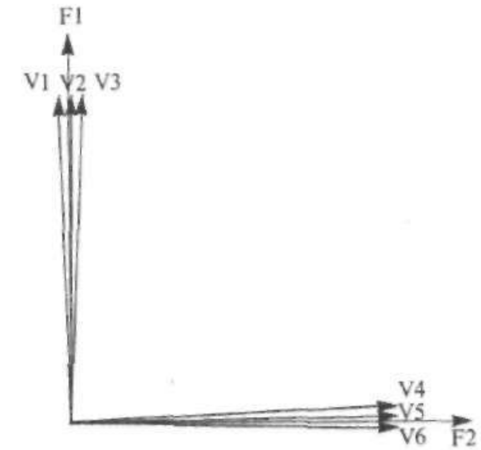


Рис. 14.3. Приблизительное геометрическое выражение корреляций, которые даны в табл. 14.2.

близкие к 0, с фактором F2, поскольку они фактически находятся под прямым углом к нему. Подобно этому фактор F2 имеет высокую корреляцию с V4, V5, V6 и, по сути, не коррелирует с V1, V2, V3 (потому что между этим фактором и указанными переменными угол составляет 90°). В данный момент вам не следует беспокоиться по поводу того, как возникают эти факторы и как они располагаются по отношению к переменным, поскольку эти вопросы будут обсуждаться в следующих разделах.

В приведенном выше примере два кластера переменных (и следовательно, два общих фактора) находятся под прямыми углами друг к другу. Методика этого варианта известна как «ортогональное решение» — термин, который вам следует взять на заметку. Однако это не значит, что оно применяется всегда. Рассмотрим корреляции, представленные в графической форме на рис. 14.4. Очевидно, что здесь имеются два отдельных кластера переменных, но точно так же ясно и то, что нет способа, с помощью которого два ортогональных (т.е. некоррелирующих) общих фактора, изображенных векторами F1 и F2, могут быть проведены через центр каждого кластера. Очевидно, что имело бы смысл создать условия для факторов, чтобы они могли коррелировать, и провести один общий фактор через середину каждого кластера переменных. Разновидности факторного анализа, в которых вычисляются корре-

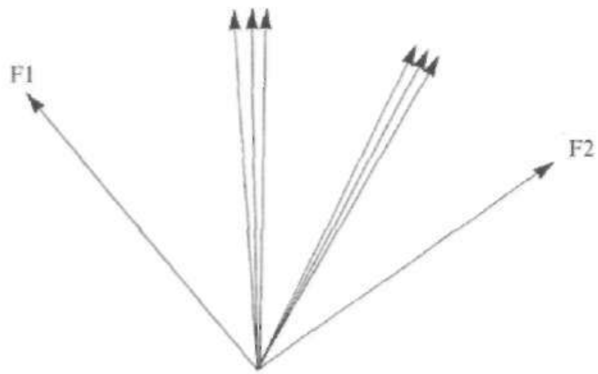


Рис. 14.4. Корреляции между шестью переменными, образующими два *ортогональных* фактора.

ляции между самими факторами (расположенными не под прямыми углами), известны как «облические решения». Корреляции между факторами формируют так называемую «матрицу взаимных корреляций факторов». Постарайтесь запомнить этот термин, он окажется полезным, когда вы подойдете к интерпретации распечаток, полученных в результате факторного анализа. Когда осуществляется ортогональное решение, все корреляции между различными факторами равны 0. (Корреляция, равная 0, предполагает наличие угла в 90° между каждой парой факторов, что представляет, по существу, другой способ констатировать независимость факторов.)

Таблица 14.4

Приблизительная матрица факторной структуры, полученная на основе рис. 14.3.

Переменная	*Фактор 1*	*Фактор 2*
V1	0,90	0,10
V2	0,98	0,00
V3	0,90	−0,10
V4	0,10	0,85
V5	0,00	0,98
V6	−0,10	0,85

Все корреляции между каждым заданием и каждым общим фактором можно представить в таблице, называемой «факторной матрицей» или иногда «матрицей факторной структуры». Корреляции между заданиями и общими факторами обычно известны как «факторные нагрузки». По традиции общие факторы располагаются в таблице в столбцах, а переменные в — строках. В табл. 14.4 величины были получены с помощью оценки углов между каждым общим фактором и каждой переменной, изображенных на рис. 14.3, и переводом (довольно приблизительным) этих значений в корреляции с использованием табл. 14.3.

Задание для самопроверки 14.2

Не возвращаясь назад, попытайтесь определить следующие понятия:
(а) облическое решение;
(б) факторные нагрузки;
(в) матрица факторной структуры;
(г) ортогональное решение;
(д) матрица взаимных корреляций факторов.

Факторная матрица крайне важна. *Прежде всего, она показывает, какие переменные образуют каждый общий фактор.* Это может быть выявлено путем выбора произвольной точки отсчета и выделения тех переменных, которые имеют нагрузки намного большие, чем эта величина (положительная и отрицательная). По традиции точка отсчета составляет 0,4 или 0,3, что соответствует углу от 60 до 75° между переменной и общим фактором. Следовательно, самый легкий способ увидеть, какие переменные «принадлежат» фактору, — это подчеркнуть те, которые имеют нагрузки выше чем 0,4 (или меньше чем −0,4). Итак, из табл. 14.4 следует вывод, что фактор F1 — это сочетание переменных V1, V2 и V3 (но не V4, V5 и V6, поскольку их факторные нагрузки меньше чем 0,4). Подобно этому фактор F2 представляет собой сочетание переменных V4, V5 и V6. Таким образом, факторная матрица может быть использована для того, чтобы дать пробное наименование общему фактору. Например, представим себе, что факторизации подвергались 100 заданий, оценивающих способности, и было установлено, что переменные, которые имеют существенные нагрузки (больше 0,4) по первому общему фактору, были связаны с правописанием, словарем, знанием пословиц и вербальным пониманием, в то время как ни одно из других заданий (математические задачи, головоломки, требующие визуализации объектов, тесты памяти и т.д.) не обнаружили больших нагрузок по этому фактору. Поскольку все задания, имеющие высокую нагрузку, включали использование языка, можно назвать общий фактор фактором «вербальных способностей», «языковых способностей» или чем-нибудь подобным. Однако имейте в виду, что нет никакой гарантии правильности наименований, данных таким образом. Необходимо точно валидизировать фактор, как описано в главе 13, чтобы убедиться, что наименование полностью ему соответствует. Однако если задания, определяющие общий фактор, образуют надежную шкалу, которая позволяет прогнозировать данные учителями оценки языковых способностей, значимо коррелируют с другими хорошо проверенными тестами вербальных способностей и практически совсем не коррелируют с другими показателями личности или способностей, можно с высокой вероятностью утверждать, что фактор был идентифицирован правильно.

Вы, должно быть, помните, что квадрат коэффициента корреляции (т.е. коэффициент корреляции, помноженный сам на себя) показывает, какая часть «вариативности» является общей для двух переменных, или, говоря проще, он показывает, насколько сильно они перекрываются. Две переменные с корреляцией 0,8 перекрываются со степенью $0{,}8 \times 0{,}8 = 0{,}64$. (Обратитесь к приложению А, если эта тема вам не знакома.) Поскольку факторные нагрузки представляют просто корреляции между общими факторами и заданиями, подразумевается, что возведенная в квадрат каждая факторная нагрузка показывает долю перекрытия между каждой переменной и каждым общим фактором. Этот простой факт формирует основу для двух других главных направлений использования факторной матрицы.

Факторная матрица может выявить долю перекрытия между каждой переменной и всеми общими факторами. Если общие факторы образуют прямые углы («ортогональное» решение), то вычислить, какая часть вариативности каждой переменной измеряется ими, не составит труда: это делается просто суммированием квадратов факторных нагрузок по всем факторам. (Когда общие факторы не образуют прямых углов, ситуация становится более сложной.) Из табл. 14.4 можно увидеть, что $0{,}9^2 + 0{,}10^2 = (0{,}82)$ вариативности V1 «объясняется» двумя факторами. Эта доля называется *общностью* данной переменной.

Переменная с высокой общностью имеет большую степень перекрытия с одним или более общими факторами. Низкая общность подразумевает, что все корреляции между переменными и общими факторами невелики, другими словами, ни один из общих факторов не имеет большого перекрытия с этой переменной. Это может означать, что переменная измеряет нечто концептуально отличающееся от других переменных, включенных в анализ. Например, одно задание, связанное с оценкой личности, среди ста заданий, оценивающих способности, будет иметь общность, близкую к нулю. Это может также означать, что определенное задание испытывает на себе сильное влияние ошибки измерения или степени сложности, например, задание настолько простое, что каждый испытуемый дает на него правильный ответ, или задание было настолько двусмысленно сформулировано, что никто не смог понять суть вопроса. Какова бы ни была причина, низкая общность подразумевает, что задание не совмещается с общими факторами либо потому, что оно измеряет другую черту, либо из-за большой ошибки измерения, либо потому, что существуют некоторые индивидуальные различия между людьми, обусловливающие вариативность ответов на это задание.

Наконец, факторная матрица показывает *относительную значимость общих факторов*. Можно вычислить, какую часть вариативности объясняет каждый общий фактор. Общий фактор, который объясняет 40% перекрытия между переменными в исходной корреляционной матрице, очевидно, является более значимым, чем другой, который объясняет только 20% вариативности. Еще раз подчеркнем, что необходимо допущение ортогональности общих факторов (т.е. их взаимного расположения под прямым углом). Первый шаг состоит в том, чтобы вычислить так называемое *собственное значение* (*eigenvalue*) для каждого фактора. Это можно сделать с помощью возведения в квадрат факторных нагрузок и их сложения по столбцу. Используя данные, представленные в табл. 14.4, можно убедиться, что собственное значение фактора 1 составляет $(0{,}90^2 + 0{,}98^2 + 0{,}90^2 + 0{,}10^2 + 0{,}0^2 + (-0{,}10)^2 = 2{,}60$. Если собственное значение фактора разделить на число переменных (шесть в этом примере), это число покажет, какая пропорция вариативности объясняется каждым общим фактором. Здесь фактор 1 объясняет 0,43 или 43%, информации в исходной корреляционной матрице.

Задание для самопроверки 14.3

Попытайтесь определить понятия «собственное значение фактора» и «общность». Затем вернитесь к табл. 14.4 и:

(а) вычислите общности переменных V2, V3, V4, V5, V6;

(б) вычислите собственное значение фактора F2;

(в) определите, какая доля вариативности объясняется фактором F2;

(г) определите путем сложения долю вариативности, которая объясняется факторами F1 и F2 совместно.

Прежде чем завершить изучение факторной матрицы, целесообразно разобраться с вопросом, который может возникнуть у читателя. Представим себе, что один из факторов в анализе имеет ряд нагрузок, больших по абсолютной величине и *отрицательных* (например, −0,6; −0,8), а некоторые его нагрузки близки к нулю (−0,1, +0,2) и в нем нет больших положительных нагрузок. Предположим также, что задания с большими отрицательными нагрузками принадлежат к утверждениям такого типа, где согласие кодируется «1», несогласие — «0» (например: «вы нервозный человек?» и «много ли вы беспокоитесь?»). Большие отрицательные корреляции подразумевают, что фактор измеряет психологическую характеристику, *противоположную* нервозности и склонности к беспокойству. Она может быть гипотетически идентифицирована как «эмоциональная стабильность» или что-то близкое к ней. Хотя интерпретировать факторы таким способом абсолютно приемлемо, иногда может быть удобнее изменить *все* знаки *всех* нагрузок переменных по данному фактору на противоположные. Так, нагрузки, упоминавшиеся выше, будут изменены с −0,6; −0,8; −0,1 и +0,2 на +0,6; +0,8; +0,1 и −0,2. Подобная процедура выполняется только ради удобства, как будет показано в задании для самопроверки 14.4. Однако если вы изменяете знаки всех факторных нагрузок, вам также следует:

- изменить знак корреляции между фактором, взятым с обратным знаком, и всеми другими факторами в матрице факторных корреляций;
- изменить знак всех «факторных оценок» (обсуждаемых ниже), вычисляемых в свою очередь из данного фактора.

Задание для самопроверки 14.4

(а) Используйте табл. 14.3, чтобы графически изобразить набор корреляций между одним фактором (F1) и двумя переменными (V1 и V2), представленными в табл. 14.5.

(б) Затем измените знак корреляции между переменными и F1 и заново постройте график.

(в) Исходя из этого попытайтесь объяснить, как изменение знака всех факторных нагрузок изменяет положение фактора.

Выполнив задание для самопроверки 14.3 (г), вы заметите нечто довольно странное. Два общих фактора, будучи объединены, объясняют только 83,4% вариативности исходной корреляционной матрицы. Сходным образом, все общности оказываются меньше, чем 1,0. Что случилось с «потерянными» 17% вариативности?

Факторный анализ, по сути, представляет собой методику для компактного представления информации — для построения широких обобщений на основе детально подобранных данных. В нашем примере мы рассматривали корреляции между шестью переменными, наблюдали, как они распадаются на два отдельных кластера, и поэтому решили, что наиболее экономно анализировать материал в понятиях двух факторов, а не шести исходных переменных. Другими словами, число конструктов, необходимых для описания данных, уменьшилось с шести (число переменных) до двух (число общих факторов). Данная апроксимация полезна, но несовершенна, как и любая другая. Часть информации в исходной корреляционной матрице была принесена в жертву построению широкого обобщения. Действительно, никакая — даже минимальная — информация не будет утрачена только при условии, если переменные V1, V2 и V3 будут иметь корреляции, равные 1,0 (то же самое относится к V4, V5 и V6), и если все корреляции между этими двумя группами переменных будут точно равны нулю. Тогда (и только тогда!) мы не потеряли бы никакой информации в результате обращения к двум факторам, а не к шести переменным.

Это составляет первую часть объяснения «исчезнувшей вариативности». Она может рассматриваться как неизбежное следствие уменьшения числа конструктов с шести до двух. Представим себе, однако, что вместо выделения только двух факторов из корреляций между шестью переменными было извлечено шесть факторов (все находятся под прямыми углами друг к другу и, следовательно, недоступны для зрительного представления).

Таблица 14.5

Корреляции между двумя переменными и одним фактором

	F1	V1	V2
F1	1,000		
V1	−0,867	1,000	
V2	−0,867	0,500	1,000

Поскольку в данном случае имеется столько же факторов, сколько переменных, здесь не должно быть потери информации. Можно ожидать, что шесть факторов будут в состоянии объяснить *всю* информацию в исходной корреляционной матрице.

Анализ главных компонент и факторный анализ

В конечном итоге все зависит от того, каким образом осуществляется факторный анализ. Существует два главных подхода к факторному анализу. Наиболее простой подход, который называется «анализом главных компонент», допускает, что шесть факторов действительно могут полностью объяснить информацию в корреляционной матрице. Таким образом, каждая переменная будет иметь общность, точно равную 1,0, а все факторы вместе будут объяснять 100% совместной вариативности переменных.

Более формально модель главных компонент предполагает, что для каждой переменной

общая вариативность = вариативность общего фактора + + ошибка измерения

и что когда число выделенных факторов соответствует числу переменных, эти общие факторы могут объяснить всю информацию в корреляционной матрице.

Допущение, согласно которому то, что не измеряется общими факторами, должно быть только ошибкой измерения, является достаточно весомым. Каждое задание теста может иметь небольшую долю «уникальной вариативности», которая специфична для данного задания, но не может быть разделена с другими заданиями. Представим себе, что ученик даёт правильный ответ на вопрос географического теста: «Как называется столица Венесуэлы?» Это может указывать на то, что либо ученик в общем имеет хороший уровень географических знаний, либо он просто случайно обладает небольшим специфическим фрагментом знаний, требуемых для правильного ответа на этот вопрос, но может не знать никаких других географических фактов.

Другой способ посмотреть на эту проблему состоит в предположении, что в принципе не существует двух абсолютно эквивалентных заданий. Один человек может знать столицу Венесуэлы и

не знать столицы Эквадора; может так случиться, что другой человек с тем же общим уровнем географических знаний знает название столицы Эквадора, но не знает название столицы Венесуэлы. Поэтому рассматривать эти два задания как совершенно эквивалентные невозможно. Ответит ли испытуемый на задания правильно, зависит, с одной стороны, от общего фактора (факторов), измеряемого тестом (географических знаний и т.д.), *и*, с другой стороны, от чего-то совершенно уникального, присущего конкретному заданию. Модель главных компонент предполагает, что вся вариативность ответов на задания объяснима одними общими факторами (например, географическими знаниями). Она не может рассматривать вероятность того, что каждое задание измеряет также определенную долю специфических знаний или навыков, которые для него являются уникальными. «Специфическая вариативность», по определению, не может быть предсказана на основе любого из общих факторов. Поэтому, даже если из матрицы извлекается столько же общих факторов, сколько там содержится переменных, общности переменных не будут равны единице, но обычно будут меньше, «исчезнувшая вариативность» будет объясняться «специфической вариативностью». Таким образом, модель *факторного анализа* предполагает, что для любого задания

общая вариативность = вариативность общего фактора + + вариативность специфического фактора + ошибка измерения.

Из этого следует, что факторный анализ — более сложный процесс, чем анализ компонент. В то время как компонентный анализ должен определить число извлекаемых факторов и то, как каждая переменная должна коррелировать с каждым фактором, факторный анализ должен установить (тем или иным способом), какой будет общность каждой переменной, если извлекается столько же факторов, сколько взято переменных. Другими словами, он должен также установить, какая часть вариативности заданий составляет вариативность общего фактора, а какая часть уникальна для каждой отдельной переменной и не может быть разделена с каким-нибудь другим заданием. Положительный момент связан с тем, что на практике не имеет слишком большого значения, какой анализ проводится — факторный или компонентный — поскольку оба ведут к сходным результатам. В действительности авторитетные специалисты по факторному анализу могут быть разделены на три группы. Одни считают, что факторный анализ (а отнюдь не компонентный) никогда не должен использоваться (например, Лэйланд Уилкинсон, который, согласно Стамму (Stamm, 1994, личное сообщение), боролся за то, чтобы изъять опции факторного анализа из своего статистического пакета SYSTAT. Коммерческое давление в конце концов победило). Другие поддерживают точку зрения, согласно которой метод факторного анализа является *единственно* законным (например, Carroll, 1993), и наконец, некоторые прагматики утверждают, что, поскольку обе методики в общем дают в значительной степени сходные решения, не играет особой роли, которая из них используется (например: Tabatchnik, Fidell, 1989; Kline, 1994).

В то же время вызывает беспокойство одна проблема: нагрузки, получаемые при компонентном анализе, всегда выше, чем нагрузки, появляющиеся в результате факторного анализа, поскольку первый допускает, что каждая переменная имеет общность, равную 1,0, в то время как последний подсчитывает величину общности в данном эмпирическом материале, и она обычно оказывается меньше, чем 1,0. Благодаря этому результаты, получаемые компонентным анализом, всегда выглядят более впечатляющими (имеют более высокие нагрузки), чем результаты факторного анализа. Это имеет большое значение для многих эмпирических правил, таких, как рассмотрение факторных нагрузок выше 0,4 (или меньше чем −0,4) в качестве наиболее «характерных» и исключение тех нагрузок, которые находятся между −0,39 и +0,39, но, к сожалению, эти вопросы почти не анализируются в литературе. Кроме того, чрезвычайно важно, чтобы авторы работ четко указывали, какую модель они используют: факторного или компонентного анализа. Некоторые авторы так и делают, в то время как другие говорят о факторном анализе, хотя реально проводят анализ главных компонент.

Использование факторного анализа

Факторный анализ имеет три основных применения в психологии. Во-первых, он может быть использован для конструирования тестов. Например, можно написать 50 заданий для измерения каких-либо способностей, личностной черты или аттитюда (такого, например, как консерватизм). Затем задания будут предъявлены репрезентативной выборке из нескольких сотен индивидуумов

и обработаны (в случае тестов способностей) таким образом, что правильный ответ будет кодироваться «1», а неправильный — «0». Ответы, которые получают при использовании ранговых шкал (как в большинстве опросников личности и аттитюдов), просто вводятся в их сыром виде: один балл, если выбирается вариант ответа (а), два балла, если выбирается вариант ответа (б), и т.д. Ответы на эти 50 заданий затем коррелируют между собой и подвергают факторному анализу. Задания, которые имеют высокие нагрузки по каждому фактору, измеряют один и тот же лежащий в их основе психологический конструкт и таким образом формируют шкалу. Это позволяет определить, как обрабатывать опросники в будущем, просто взглянув на факторную матрицу: если задания 1, 2, 10 и 12 — единственные, которые имеют существенные нагрузки по одному фактору, тогда одна шкала теста будет состоять только из этих четырех заданий. Существует вероятность, что некоторые задания не будут иметь существенной нагрузки ни по одному из факторов (т.е. обнаружат низкую степень общности). Это может случиться по целому ряду причин: в тесте способностей задания могут быть настолько простыми (или трудными), что вариативность оценок испытуемых либо будет очень маленькой, либо ее вообще не будет. Личностные задания могут быть связаны с необычным действием или чувством, где вариативность опять будет небольшой, например: «В моей жизни бывают случаи, когда я испытываю чувство страха», — утверждение, с которым, вероятно, *каждый* согласится. Задания могут оказаться несостоятельными, потому что они сильно подвержены ошибкам измерения или измеряют что-то отличное от всех остальных заданий, которые предъявлялись. Разработчики тестов обычно не выясняют, почему именно задания не работают так, как ожидалось. Задания, которым не удается как следует нагрузить фактор, просто удаляются. Таким образом, факторный анализ может выявить ряд особенностей:

- сколько отдельных шкал входит в состав теста;
- какие задания принадлежат к каким шкалам (указывая, таким образом, как тест следует обрабатывать);
- какие задания должны быть удалены из теста.

Кроме того, каждая из шкал нуждается в валидизации, например, путем подсчета баллов, полученных каждым человеком по каждому фактору, и оценки конструктной и(или) прогностической валидности этих шкал. Например, баллы, полученные по факторам, можно прокоррелировать с баллами, полученными из других опросников, используемых для прогноза успешности обучения, и т.д.

Вторая задача, которую может решить факторный анализ, заключается в редукции данных, или в «концептуальной чистке». Было разработано огромное количество тестов для измерения личности, основывающихся на различных теоретических позициях, и далеко не всегда очевидно, в какой степени они перекрываются. Представим себе, что на рынке предлагается шесть шкал для измерения несколько отличающихся аспектов личности: одна шкала претендует на измерение «негативной реактивности», другая — «силы Эго», третья — «интуитивного мышления» и т.д. *Действительно ли* они измеряют шесть совершенно разных параметров личности? Может быть, все они измеряют одну и ту же характеристику? Или истина заключается в том, что тесты измеряют два, три, четыре или пять отдельных аспектов личности? Чтобы узнать это, просто необходимо предъявить задания теста большой выборке людей и затем факторизовать корреляции между заданиями, и факторный анализ точно покажет, какова на самом деле лежащая в их основе структура. Например, может быть выделено два фактора. Первый фактор может иметь большие нагрузки по всем заданиям в тестах 1, 5 и 6. Все существенные нагрузки по второму фактору могут определяться заданиями из тестов 2, 3 и 4. Следовательно, становится ясным, что тесты 1, 5 и 6 измеряют одну и ту же характеристику, так же как и тесты 2, 3 и 4. Таким образом, можно показать, что любые утонченные теоретические дискуссии по поводу незначительных различий между шкалами в действительности не имеют основы и каждый рационально мыслящий психолог, увидя результаты такого анализа, вынужден будет анализировать материал в терминах двух (а не шести) теоретических конструктов, что представляет значительное упрощение.

В-третьих, факторный анализ применяется при проверке психометрических свойств опросников, особенно когда они используются в новых культурах или популяциях. Например, предположим, что, в соответствии с руководством по использованию австралийского личностного теста, его следует обрабатывать путем сложения баллов, полученных по всем нечетным заданиям, которые формируют одну шкалу, в то время как сумма баллов, полученных по всем четным заданиям, образует другую шкалу. Когда этот тест предъявляется выборке людей в Великобритании и вычисляются корреляции между заданиями и затем факторизуются, то должно быть обнаружено два фактора, причем один фактор должен иметь существенные нагрузки по всем нечетным заданиям, а другой фактор — существенные нагрузки по всем четным заданиям. Если такая структура *не* обнаружена, это значит что опросник в новой ситуации не работает и его не следует использовать традиционным способом.

В связи с этим нетрудно понять, почему факторный анализ так важен в психологии индивидуальных различий и психометрике. Один и тот же статистический аппарат может быть использован для конструирования тестов, разрешения теоретических споров по поводу количества и природы факторов, измеряемых тестами и опросниками, для проверки того, работают ли тесты так, как должны, и законно ли использовать тот или иной тест в другой популяции или в другой культуре. Возможно, вам даже захочется узнать, существует ли какая-нибудь связь между надежностью теста и величиной собственного значения фактора, полученного при факторизации теста, когда выделяется только один фактор.

Резюме

В этой главе шла речь об основных принципах факторного анализа. Однако многие вопросы так и остались без ответа, и среди них следующие:

- Каким образом решать, сколько факторов должно быть выделено?
- Как может компьютерная программа в действительности выполнить факторный анализ?
- Какие типы данных целесообразно обрабатывать с помощью факторного анализа?
- Каким образом результаты, полученные в факторно-аналитических исследованиях, следует интерпретировать и представлять?

Эти и другие вопросы будут проанализированы в главе 15.

Предложения по дополнительному чтению

Очень старая работа Айзенка по логическим основам факторного анализа (Eysenck, 1953) вполне заслуживает прочтения; Чайлд (Child, 1990) и Клайн (Kline, 1994) предлагают два базисных, но доступных для понимания студентов варианта введения в факторный анализ.

Ответы на задания по самопроверке

14.1. (а) Самый маленький угол между парой переменных на рис. 14.2 — это угол между V1 и V2. Следовательно, они имеют наиболее высокий уровень корреляции.

(б) Угол между переменными V3 и V2 равен приблизительно 270° (если двигаться по часовой стрелке). Табл. 14.3 показывает, что это соответствует корреляции, равной 0.

(в) Угол между переменными V5 и V3 равен приблизительно 210°, что соответствует корреляции −0,87.

14.2. (а) Облическое решение — это таблица факторных нагрузок, при которых факторы не находятся под прямыми углами друг к другу; они коррелируют между собой.

(б) Факторная нагрузка — это корреляция между переменной и фактором.

(в) Матрица факторной структуры — это таблица, показывающая корреляции между всеми переменными и всеми факторами.

(г) Ортогональное решение — это таблица факторных нагрузок, в которой все факторы не коррелируют между собой (т.е. находятся под прямыми углами друг к другу).

(д) Матрица взаимных корреляций факторов — это таблица, которая представляет корреляции между всеми факторами в факторном анализе. Для ортогонального факторного анализа все корреляции между факторами будут равны нулю (так как они независимы). Для облического решения корреляции будут иметь значение больше нуля.

14.3. Собственное значение фактора представляет собой сумму возведенных в квадрат нагрузок этого фактора, вычисленную для всех переменных. Общность переменной — это сумма возведенных в квадрат нагрузок по этой переменной, вычисленная по всем факторам.

(а) Общность переменной V2 есть $0{,}98^2 + 0^2 = 0{,}9604$. Общности V3, V4, V5 и V6, подобно этому, составляют 0,82; 0,7325; 0,9604 и 0,7325, соответственно.

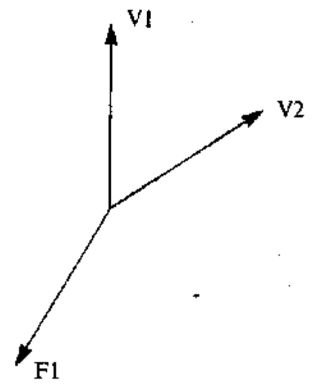
(б) Собственное значение фактора 2 равно $0{,}10^2 + 0{,}0^2 + (-0{,}10^2) + 0{,}85^2 + 0{,}98^2 + 0{,}85^2$, или 2,4254.

(в) Поскольку имеется шесть переменных, фактор 2 объясняет

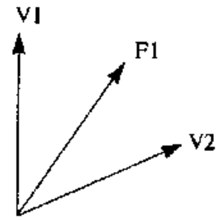
$\frac{2{,}4254}{6}$, или 0,4042, вариативности между ними.

(г) Проанализированный в тексте пример показывает, что фактор 1 объясняет 0,423 вариативности. Поскольку факторы ортогональны, факторы 1 и 2 совместно описывают $0{,}43 + 0{,}4042 = 0{,}834$ вариативности между переменными.

14.4. (а)



(б)



(в) Изменение всех нагрузок между переменными и данным фактором приведет к тому, что фактор будет иметь корреляцию, равную −1,0, по отношению к его предшествующей позиции. Табл. 14.3 показывает, что это соответствует его расположению в противоположном направлении (180°) по отношению к предшествующей позиции. Большие отрицательные корреляции между переменной и фактором подразумевают, что фактор указывает в сторону, противоположную направлению переменных, которые имеют самую большую корреляцию с ним. Изменение знака всех корреляций изменяет направление фактора таким образом, что он проходит через кластер переменных.

15 ВЫПОЛНЕНИЕ И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА

Общая картина

Хотя в главе 14 дается обзор основных принципов факторного анализа, в ней преднамеренно были пропущены некоторые детали, необходимые как для выполнения факторного анализа, так и для оценки методики адекватности публикуемых исследований. Многие журнальные статьи, которые используют факторный анализ, методически настолько слабы, что утрачивают свое значение, поэтому очень важно, чтобы каждый был способен распознавать такие исследования при обзоре литературы (делать поправку на их несовершенность).

Главы, рекомендуемые для предварительного чтения

14.

Введение

Несмотря на то что исследовательский факторный анализ можно выполнить вручную (и более старые работы, например, книга Кэттелла (Cattell, 1952), содержат детальную инструкцию для проведения подобных экспериментов), этим могут заниматься лишь энтузиасты или мазохисты, у которых имеется несколько свободных недель. Вычисления, которые следует произвести, требуют много времени и изобилуют повторениями, поэтому лучше всего использовать компьютер. Большинство современных статистических пакетов программного обеспечения обладают достаточными возможностями для проведения исследовательского факторного

анализа в течение нескольких минут, а не часов. Время, необходимое для того, чтобы провести анализ, составляет величину, приблизительно пропорциональную числу переменных, возведенному в третью степень. Конфирматорный факторный анализ (который будет описан в конце этой главы) требует специального программного обеспечения, и для выполнения этого анализа иногда нужны часы.

Исследовательский факторный анализ

Независимо от того, выполняется этот вид анализа с использованием счётов или же с помощью ЭВМ, он состоит из восьми основных стадий (каждая из них обсуждается ниже).

Стадия 1. Убедитесь, что ваши данные подходят для факторного анализа.
Стадия 2. Выберите модель — факторный или компонентный анализ.
Стадия 3. Решите, какое количество факторов необходимо выделить, чтобы представить ваши данные.
Стадия 4. В случае использования факторного (а не компонентного) анализа оцените общность каждой переменной.
Стадия 5. Выделите факторы с учетом установленных общностей (извлечение факторов).
Стадия 6. Вращайте эти факторы так, чтобы они прошли через кластеры переменных, контролируя процесс получения «простой структуры».
Стадия 7. В случае необходимости подсчитайте факторные оценки.
Стадия 8. В случае необходимости проведите иерархический анализ, если он уместен.

Одна из проблем факторного анализа — это его мощность. Используемые компьютерные программы почти всегда обеспечат тот или иной ответ, и, пытаясь анализировать данные с помощью самых разнообразных методов, выбирая разное количество факторов и концентрируясь на разных наборах переменных, можно «вытянуть» что-либо полуправдоподобное из самого скверного исследования. Время от времени сталкиваешься с журнальными статьями, в которых эта методика явно используется в отчаянных попытках спасти хоть что-нибудь из плохо организованного эксперимента. Действительно, имеются некоторые области психологии, такие, как психология личных конструктов, в которых подобная практика является нормой. Таким образом, крайне важно, чтобы те, кто использует методику или читает научную литературу, имели представление об общей организации и выполнении факторно-аналитических исследований. В факторном анализе, как нигде, уместно изречение компьютерных специалистов: «мусор вносим, мусор выносим», поэтому данная глава начинается с обзора типов данных, которые могут быть с пользой обработаны факторным анализом.

Пригодность данных для факторного анализа

Не все данные могут быть подвергнуты факторному анализу. Он может быть применен, если соблюдаются следующие критерии.

1. Все переменные в анализе являются непрерывными, т.е. измеряются по меньшей мере по трехбалльной интервальной шкале (такой, как «да/?/нет», кодируемой как 2/1/0). Обычно нельзя подвергать факторному анализу *категориальные* данные, которые образуют шкалу наименований, перечисляющую, например, цвет волос (черный/каштановый/рыжий), страну проживания, предпочтение при голосовании, профессию. Иногда можно выбрать коды для категориальных данных, которые позволят преобразовать их в некоторый род интервальной шкалы, и она уже законно может быть подвергнута факторному анализу. Например, поддержка коммунистической партии может кодироваться «1», социал-демократической партии → «2», консервативной/республиканской партии — «3» и партии правого крыла — «4». Эти числа формируют шкалу доминирования «взглядов правого крыла», которая может быть подвергнута факторному анализу на законных основаниях.
2. Все переменные имеют (приблизительно) нормальное распределение, а асимметричные величины выделены и обработаны должным образом (см. например, книгу Табачника и Файделла (Tabatchnick, Fidell, 1989, ch. 4). Асимметричные данные, если необходимо, могут быть преобразованы (см., например, книги Табачника и Файделла (Tabatchnick, Fidell, 1989) или Хауэлла (Howell, 1992)).
3. Связи между всеми парами переменных приблизительно линейны или по крайней мере не имеют очевидной U-образной или J-образной формы.
4. Переменные независимы. Самый простой способ проверить это — просмотреть все статистические выражения и обеспечить, чтобы каждая измеряемая переменная отражала действие не более чем одной оценки из числа подвергающихся факторному анализу. Если у каждого индивидуума получены оценки по четырем заданиям теста, допустимо создавать и факторизовать новые переменные, такие как

$$\left\{(\text{оценка } 1 + \text{оценка } 2) \text{ и } \frac{\text{оценка } 3}{\text{оценка } 4}\right\}$$

или {(оценка 1 + оценка 2 − оценка 3) и 1 − оценка 4},

но не {(оценка 1 + оценка 2 + оценка 3) и (оценка 1 + + оценка 4)}

или {(оценка 1) и (оценка 1 + оценка 2 + оценка 3 + оценка 4)},

поскольку в последних двух случаях одна из наблюдаемых тестовых оценок («оценка 1») действует на две переменные, подвергающиеся факторизации. Вот общие случаи, когда этот принцип нарушается:

(а) факторизуется набор переменных, часть из которых — произведение от других переменных, также участвующих в анализе. Например, факторный анализ оценок по шести заданиям теста совместно с *обобщенной* оценкой индивидуумов по этим шести заданиям;

(б) вопросы, заданные в такой форме:

«Вопрос 1: сколько будет 2 × 3?»

«Вопрос 2: чему равен ответ на первый вопрос, возведенный в квадратную степень?»

Таким образом, если ответ на первый вопрос дан неправильно, ответ на второй вопрос также должен быть неправильным.

Иногда выделить такие взаимозависимости бывает более трудным делом. Например, экспериментатор может зарегистрировать отдельные показатели биотоков из разных отделов мозга наряду с мышечной активностью из двух точек и намеревается подвергнуть факторному анализу средний показатель этих реакций вместе с некоторыми заданиями опросника. Как знают читатели, имеющие дело с психофизиологией, маловероятно, что все эти величины будут независимыми. Мышечные движения (такие, как мигание глаз и биение сердца) могут обнаруживаться во *всех* записях физиологических процессов, если не предпринять специальных мер предосторожности. Это может привести к тому, что различные электрические сигналы будут взаимозависимы и, следовательно, они не подходят для факторного анализа;

(в) невозможно подвергать факторному анализу все оценки любого теста, в котором испытуемый не в состоянии получить предельно высокую (или предельно низкую) оценку по *всем* его шкалам (так называемые «ипсативные тесты»), поскольку все шкалы в этих тестах обязательно связаны отрицательными корреляциями. Сторонники этих тестов утверждают, что можно просто удалить одну из шкал перед факторизацией. Однако тогда интерпретация результатов будет зависеть от того, какую шкалу мы (произвольно) изъяли.

5. Корреляционная матрица обнаруживает лишь несколько корреляций выше 0,3. Если все корреляции небольшие, следует серьезно задуматься над тем, можно ли будет извлечь из матрицы какие-либо факторы. Если корреляции невелики из-за использования тестов с низкой надежностью, может быть, подойдет процедура корректировки эффектов ненадежности, как показано, в частности, Гилфордом и Фрачтером (Guilford, Fruchter, 1978). Подобно этому, если плохая организация эксперимента привела к тому, что данные были собраны в группе с ограниченной представительностью (например, оценки способностей были получены в выборке студентов университета, а не в выборке, взятой из общей популяции), для коррекции корреляций может оказаться подходящим применение перед проведением факторного анализа формулы Добсона (Dobson, 1988). Однако этими фрагментами психометрического колдовства следует пользоваться с осторожностью, и на самом деле они не заменяют тщательно и глубоко продуманный план эксперимента.

Тест сферичности Бартлетта (Bartlett, 1954) проверяет гипотезу, что все корреляции, расположенные вне диагонали, равны нулю, и это обычно вычисляют с помощью пакетов программ, таких, как SPSS. Однако этот тест очень чувствителен к размерам выборки, а маленькие корреляции между переменными в большой выборке приведут к тому, что тест укажет на уместность применения факторного анализа. Намного безопаснее просто визуально проанализировать корреляционную матрицу.

6. Пропущенные данные распределены по матрице данных случайным образом. Было бы не очень разумно подвергать факторному анализу данные, где доля пропущенных значений в выборке охватывает полные блоки заданий. Например, одни испытуемые могут пройти тесты А, В и С. Другие могут пройти только тесты А и С, а остальные могут пройти только тесты В и С. По этой причине такие данные нельзя подвергать факторному анализу, хотя некоторые статистические пакеты сделают это без особого труда.

7. Любые пропущенные величины либо оценены (Tabatchnick, Fidell, 1989), либо в компьютерной программе заложена команда игнорировать их. При введении данных в компьютер очень легко кодировать пропущенные значения числом «99» (или каким-либо другим), а затем забыть ввести в программу указание о том, что величина «99» представляет пропущенные данные. Такая ошибка, очевидно, лишит законной силы весь анализ.

8. Большая выборка испытуемых. Эксперты дают различные рекомендации, однако не следует пытаться применять факторный анализ, если число испытуемых меньше 100, поскольку стандартные ошибки корреляции в этом случае окажутся неприемлемо велики. Это означает, что корреляционная матрица небольшой выборки испытуемых практически не будет похожа на «подлинную» корреляционную матрицу. Другими словами, анализ, базирующийся на маленьких выборках, вряд ли будет воспроизводимым, но он также не будет в достаточной степени соответствовать реально существующим взаимосвязям между переменными. Обычно считается, что необходимо связать размер выборки с числом переменных, под-

вергающихся анализу. Например, Нанелли (Nunnally, 1978) придерживается точки зрения, что испытуемых должно быть по крайней мере в 10 раз больше, чем переменных. Более поздние исследования, такие, как работы Барретта и Клайна (Barrett, Kline, 1981) и Гваданоли и Велисера (Guadagnoli, Velicer, 1988), показывают, что в случае, если испытуемых больше, чем переменных, само отношение числа испытуемых к числу переменных не так важно, как абсолютный размер выборки и величина факторных нагрузок. Следовательно, если факторы хорошо определены (например, с нагрузками 0,7, а не 0,4), экспериментатору нужна меньшая выборка, чтобы выделить их. Если известно, что анализируемые данные отличаются высокой надежностью (например, тестовые оценки, а не ответы на отдельные задания), то эти ограничения можно в некоторой степени ослабить. Однако попытки проводить факторный анализ на небольших наборах данных (таких, как репертуарные решетки) обречены на провал, поскольку большая стандартная ошибка корреляций гарантирует, что факторное решение будет и произвольным, и невоспроизводимым.

Проблема возникает при дихотомических данных, т.е. в тех случаях, когда оценки могут принимать только одно из двух значений. Такие данные часто встречаются при анализе ответов на задания теста (1 = «да», 0 = «нет» или 1 = «правильный ответ», 0 = «неправильный ответ»). Когда дихотомические задания коррелируют между собой, корреляции могут достичь 1 только в случае, если оба задания теста имеют приблизительно одинаковые уровни сложности. Таким образом, небольшая корреляция может означать, что

- не существует связи между заданиями сходного уровня сложности,

  или
- два задания имеют сильно различающиеся уровни сложности.

Таким образом, факторный анализ обычных пирсоновских корреляций между дихотомическими заданиями обнаруживает тенденцию порождать факторы «трудности задания», поскольку только задания, близкие по уровню сложности, могут, вероятно, коррелировать между собой и формировать фактор. Иные задания, которые измеряют тот же самый конструкт, но имеют другие уровни сложности, будут по этой причине обнаруживать низкие на-

грузки по результирующему фактору. Однако чрезвычайно сложно обойти эту проблему, используя стандартный статистический пакет, который не предлагает альтернативы использованию пирсоновских корреляций. Существуют и другие типы коэффициентов корреляций, которые позволяют избежать этих проблем, и Чамберс (Chambers, 1982) дает полезное, хотя и излишне насыщенное техническими деталями, краткое описание литературы. Законность факторизации таких коэффициентов все еще обсуждается (Vegelius, 1976), хотя большинство исследователей обычно проделывают эту процедуру. Короче говоря, жизнь станет намного легче, если можно будет избежать использования дихотомических данных.

Задание для самопроверки 15.1

Психолог изучает математические навыки в выборке, состоящей из 100 одиннадцатилетних детей; это является частью ее дипломной работы. Она собрала данные по 120 заданиям теста, каждое из которых она оценивала как правильный или неправильный ответ. Она также учитывала место жительства (графство) каждого участника и намеревалась использовать факторный анализ этих ответов, чтобы заново выявить основную структуру математических способностей и установить, не выше ли математические способности детей в одних графствах по сравнению с другими. Какой совет вы могли бы ей дать?

Факторный анализ или компонентный анализ

Одна научная школа поддерживает точку зрения, что факторный (но не компонентный) анализ никогда не должен использоваться из-за трудности установления общностей и чрезвычайной сложности определения факторных оценок. Другая школа придерживается взгляда, что, поскольку факторная модель априори с гораздо большей вероятностью соответствует данным, должна приветствоваться любая попытка оценить общности. С этих позиций модель главных компонент просто не соответствует заданиям теста и другим данным, которые, как следует ожидать, содержат уникальную вариативность. Некоторые авторы, например, Кэрролл (Carroll, 1993), полагают, что бессмысленно использовать модель главных компонент, так как известно, что она не соответствует типу данных, которые обычно анализируются, хотя многие из нас утверждают, что на практике не имеет особого значения, какая методика применяется, поскольку разные методы анализа редко дают сильно различающиеся результаты. Заинтересованные читатели должны посмотреть работу Велисера и Джексона (Velicer, Jackson, 1990) для более детального обсуждения этой темы.

Тесты для определения количества факторов

Разработано несколько способов, помогающих исследователям выбрать «правильное» количество факторов. Они требуют осторожного обращения: при принятии этого важного решения нельзя полагаться на компьютерные программы, поскольку известно, что большинство из них (в частности SPSS) используют методы, которые оказываются несостоятельными и не могут включить некоторые из наиболее полезных тестов. Определение количества выделяемых факторов, вероятно, — наиболее важное решение, которое необходимо принять, когда проводишь факторный анализ. Ложное решение может привести к бессмысленным результатам при обработке самого четкого набора данных. Можно попытаться выполнить несколько вариантов анализа, базирующегося на разном количестве факторов, и использовать несколько различных тестов, определяющих выбор факторов.

Первые руководящие указания дают теория и прошлый опыт. Иногда может возникнуть желание использовать факторный анализ, чтобы убедиться, что тест работает в соответствии с ожиданиями, будучи использован в другой культуре, группе больных или каким-либо другим способом. В этих целях может проводиться конфирматорный факторный анализ (см. ниже), но если исследовательский факторный анализ является более предпочтительным, предыдущие результаты могут быть использованы в качестве ориентиров в определении того, сколько факторов надо выделять. Если проведенный в США факторный анализ теста (методически адекватный) выявил семь факторов, то любая попытка подвергнуть тест факторному анализу в другой культуре должна рассмотреть как минимум семифакторное решение.

Безусловно, и теория, и прошлый опыт имеют позитивное значение, но в большинстве случаев факторный анализ действительно является, по сути, исследовательской методикой. Исследователь часто не будет иметь весомых теоретических оснований для решения вопроса о том, сколько факторов следует выделить, а предшествующие исследования иногда методически настолько

несовершенны, что оказываются бесполезными. Существует ряд других приемов, которые могут быть использованы в этих обстоятельствах, все они направлены на определение количества факторов, которые следует извлекать из корреляционной матрицы. Проблема состоит в том, что некоторые из них, будучи включены в компьютерные пакеты, попадают иногда в руки неопытных пользователей, поэтому оказываются просто бесполезными. Кроме того, различные методики не всегда дают совпадающие результаты: один тест может указывать на шесть факторов, другой — на восемь, а предыдущее исследование — на девять! При таких обстоятельствах самое безопасное — рассматривать несколько решений и проверять их на психологическую пригодность. Пользователи должны установить также:

- не способствует ли увеличение количества факторов упрощению решения (например, уменьшению доли нагрузок в диапазоне от −0,4 до 0,4). Если увеличение количества факторов не влияет на простоту решения (или очень незначительно его упрощает), то его применение скорее всего не имеет смысла;
- не появляются ли какие-либо большие корреляции между факторами при осуществлении облических вращений. Последнее может указывать на то, что было извлечено слишком много факторов и два из них пытаются пройти через один и тот же кластер переменных. Об этом могут косвенно свидетельствовать корреляции между факторами, которые будут больше приблизительно 0,5;
- не разделились ли какие-либо хорошо известные факторы на две или более частей. Например, если во множестве предшествующих исследований было показано, что набор заданий формирует только один фактор (например, экстраверсию), а в вашем анализе они все же формируют два фактора, это говорит о том, что было, вероятно, извлечено слишком много факторов.

Один из старейших и наиболее простых тестов для определения количества факторов — это тест, описанный Кайзером (Kaiser, 1960) и Гуттманом (Guttman, 1954) и известный как «критерий Кайзера—Гуттмана». Его преимуществом является простота исполнения. Надо просто провести анализ данных методом главных компонент, выделив столько факторов, сколько существует переменных, но без проведения операции, известной как «вращение» (она будет обсуждаться ниже). Собственные значения факторов вычисляются, как обычно, сложением квадратов нагрузок по каждому компоненту. После этого надо просто посчитать, сколько факторов имеют собственные значения выше 1,0 — это и есть количество факторов, которое можно использовать.

Существует немало проблем с использованием этой методики; наиболее очевидная из них связана с ее чувствительностью к количеству переменных, взятых для анализа. Поскольку каждое собственное значение — это просто сумма квадратов факторных нагрузок, при увеличении количества переменных должно увеличиваться и собственное значение. Тест на определение количества факторов должен давать один и тот же результат, независимо от того, четыре или 40 переменных представлены в каждом факторе, а критерий Кайзера—Гуттмана явно не действует таким образом. Более того, Хакстиан и Мюллер (Hakstian, Mueller, 1973) отмечали, что данная процедура не предназначена для определения количества факторов. Поскольку его исключительно легко проводить автоматически, большинство статистических пакетов будут выполнять тест Кайзера—Гуттмана как задаваемый по умолчанию. Тем не менее этот тест следует *всегда* отвергать.

Тест «каменистой осыпи» («scree test»), предложенный Кэттеллом (Cattell, 1966), концептуально тоже прост. Так же как и критерий Кайзера—Гуттмана, он базируется на собственном значении факторов, полученных в результате применения метода главных компонент, не прошедших вращение. Однако он учитывает *относительные* величины собственных значений факторов, и поэтому не должен быть чувствителен к вариациям в количестве анализируемых переменных. Этот тест основывается на зрительном изучении графика, представляющего последовательные собственные значения факторов, так как это показано на рис. 15.1. График должен быть построен с максимально возможной аккуратностью с использованием специальной бумаги или графопостроительной программы. Точность графиков, производимых некоторыми статистическими пакетами, недостаточна для этой цели.

Основная идея проста. Очевидно, что точки в правой стороне рис. 15.1 образуют прямую линию, называемую «склон». Можно проложить через эти точки линейку и определить, сколько собственных значений факторов явно располагаются над этой линией — это и есть количество факторов, которые должны быть извлечены.

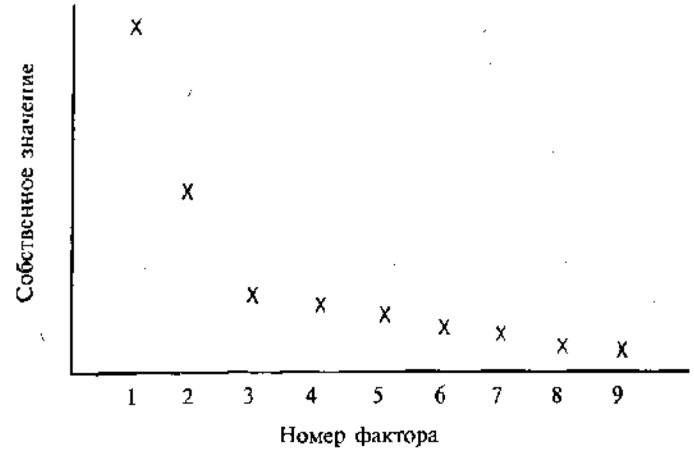


Рис. 15.1. Тест «каменистой осыпи», демонстрирующий собственные значения факторов, полученных в результате анализа главных компонент девяти переменных до вращения матрицы. График показывает, что следует извлечь два фактора.

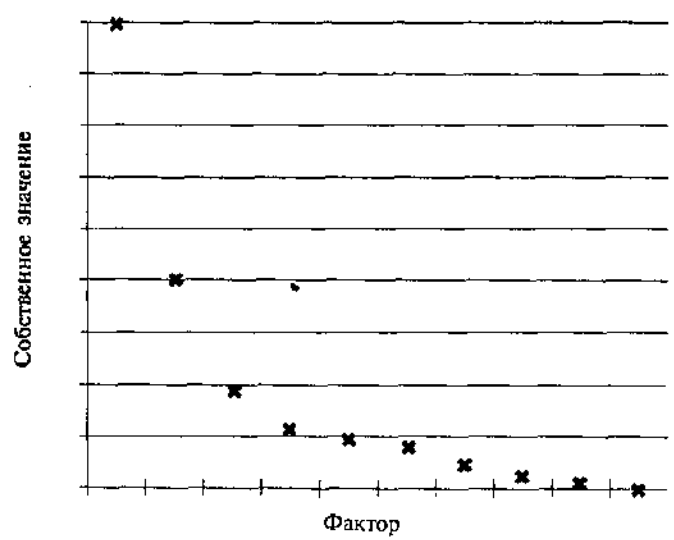
Рис. 15.1 представляет двухфакторное решение. Дальнейшие примеры использования тестов такого типа были даны Кэттеллом (Cattell, 1966) в главе 5 книги Кэттелла (Cattell, 1978) и Кэттеллом и Фогельманом (Cattell, Vogelman, 1977). Несколько широко распространенных пособий по факторному анализу описывают этот тест неправильно, утверждая, что количество факторов соответствует количеству собственных значений факторов, располагающихся над прямой линией, *плюс* еще *один*. Таким образом, в приведенном выше решении они стали бы настаивать на выделении трех факторов. Не очень понятно, как возникло это недоразумение, поскольку в статьях Кэттелла и в его книге, вышедшей в 1978 г., совершенно ясно говорится по этому поводу: «Последний реальный фактор — это тот фактор, который обнаруживается перед тем, как график превращается в горизонтальную прямую линию» (Cattell, Vogelman, 1977).

Проблема теста «каменистой осыпи» заключается в том, что он полностью основывается на субъективных суждениях и может иногда иметь несколько возможных интерпретаций, особенно когда размер выборки или «выступающие» факторные нагрузки невелики (Gorsuch, 1983). Иногда на графике обнаруживается более чем один четко идентифицируемый излом прямой линии. В таких случаях необходимо просто просмотреть собственные значения факторов, которые расположены над крайним слева отрезком прямой линии.

Хорошая методика для определения количества извлекаемых факторов — МАР-тест (Velicer, 1976). В вычислительном отношении она слишком сложна, чтобы выполнять ее вручную, но она не включена в основные коммерческие пакеты для выполнения факторного анализа, несмотря на то что является одной из наиболее признанных точных методик (Zwick, Velicer, 1986). Существует несколько других подходящих методов, но они тоже остаются не введенными в главные пакеты. Компьютерные моделирующие исследования показали, что в отсутствие МАР-теста тест «каменистой осыпи», вероятно, представляет наиболее точный руководящий принцип для принятия всех важных решений по поводу количества факторов, извлекаемых из корреляционной матрицы.

Задание для самопроверки 15.2

По графику, приведенному ниже, определите, сколько факторов можно было бы выделить с помощью теста «каменистой осыпи» и критерия Кайзера—Гуттмана.



Определение общностей

Общность переменной — это часть ее вариативности, которая может быть разделена с другими переменными, включенными в факторный анализ. В случае компонентного анализа допускается, что потенциально она составляет 100%. Это значит, что корреляции между переменными полностью приписываются вариативности общего фактора и ошибке измерения. В случае факторных моделей дополнительно предполагается, что каждая переменная обладает некоторой долей надежно измеряемой вариативности, которая «уникальна» для этой переменной и, следовательно, не может быть разделена с какими-либо другими переменными в анализе. Это «уникальная вариативность» переменной, поэтому общности переменных в моделях факторного анализа, как правило, составляют меньше 1,0 благодаря «уникальной вариативности», связанной с каждой переменной.

Оценка общностей — процесс, который вызывает беспокойство у специалистов по факторному анализу, потому что не существует простого способа проверить, правильны ли оценки, которые для этого применяют. Иногда используемые процедуры приводят к нелепым оценкам общностей, которые оказываются больше 1,0 («случаи Хейвуда»). Проблемы, связанные с этим, могут побудить многих исследователей использовать более простую компонентную модель.

Разные методы выделения факторов отличаются способами, которые используются для оценки общностей. Простейшим является анализ главного фактора, в котором общности в первую очередь оцениваются с помощью серии множественных регрессий, при этом все другие переменные используются в качестве «предикторов». Поскольку общность определяется как пропорция вариативности какой-либо переменной, разделяемой с другими переменными, участвующими в анализе, считается, что это дает «нижний предел» общности — наименьшую величину, которую вообще может иметь общность, хотя работа Кайзера (Kaiser, 1990) оспаривает эту точку зрения. Многие компьютерные программы (такие, как SPSS) затем несколько раз модифицируют эти величины, используя процесс, известный как «итерация», до тех пор, пока не будет достигнута стабильность. Однако, к сожалению, теоретические основания для повторной итерации сомнительны и нет гарантий, что они дадут правдоподобные оценки подлинных величин общностей. Можно также определить значение общностей непосредственно, и некоторые компьютерные программы позволяют пользователю выбирать другие значения, такие, как самая большая корреляция между каждой переменной и любой другой. Критерий максимального правдоподобия решает проблему общности наиболее разумным путем. Следует подчеркнуть, что на самом деле на практике редко имеет значение, какая методика используется.

Выделение факторов

Для выделения факторов существует ряд приемов, и все они имеют различные теоретические основания. Большинство статистических пакетов предлагает пользователям выбор между анализом главных факторов, анализом образов, методом максимального правдоподобия, анализом невзвещенных минимальных квадратов («MINRES») и обобщенных минимальных квадратов. Большинство из этих методов имеют свои собственные, присущие только им приемы для оценки общностей. На практике при условии, что оценивается одинаковое количество факторов и общностей, все методы будут, как правило, давать почти идентичные результаты.

Теперь, однако, мы должны признать, что в предыдущей главе излишне упростили процедуру, благодаря которой факторы проводятся через кластеры переменных. На практике этот процесс имеет две стадии. Сначала факторы помещаются в некоторую произвольную позицию по отношению к переменным, а затем факторы проводят через кластеры переменных (эта процедура называется *вращение фактора*).

Следовательно, все вышеупомянутые методы выделения факторов помещают факторы, по сути, в произвольные положения по отношению к переменным. В типичных случаях факторы располагают так, чтобы каждый последующий фактор находился:

- под прямыми углами по отношению к предыдущим факторам
  и
- в положении, в котором он «объясняет» существенную часть вариативности заданий (т.е. там, где его собственное значение велико).

На рис. 15.2 представлены корреляции между четырьмя переменными от V1 до V4. Можно видеть, что V1 и V2, так же как V3 и

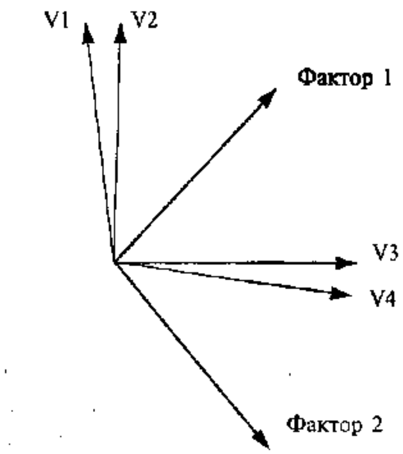


Рис. 15.2. Типичные позиции двух факторов по отношению к четырем переменным, наблюдающиеся после выделения факторов.

V4, значительно коррелируют между собой. Изучение рисунка показывает, что наиболее разумным было бы двухфакторное решение, при котором один фактор проходит между V1 и V2, а другой — между V3 и V4. Однако первоначальное выделение не помещает факторы в эту осмысленную позицию. Вместо этого первый фактор проходит между двумя кластерами переменных, а не через середину любого из них. Все переменные будут иметь умеренные положительные нагрузки по этому фактору. Второй фактор находится под прямым углом к первому и имеет положительные корреляции с переменными V3 и V4 и отрицательные корреляции с V1 и V2. Ни в одном случае фактор не проходит через середину пары высококоррелирующих переменных.

Вращение факторов

Вращение факторов изменяет положение факторов по отношению к переменным таким образом, что получаемое решение легко интерпретировать. Как упоминалось в главе 14, факторы выделяют, учитывая, какие переменные имеют большие и/или нулевые нагрузки по ним. Решения, не поддающиеся интерпретации, — это те решения, в которых большое число переменных, вошедших в фактор, имеют нагрузки «среднего уровня», т.е. порядка 0,3. Они слишком малы, чтобы рассматриваться как «весомые» и использоваться для выделения фактора, и все же слишком велики, чтобы их можно было игнорировать без всякого риска. Вращение (ротация) факторов перемещает факторы относительно переменных таким образом, что каждый фактор получит несколько больших нагрузок и несколько нагрузок, близких к нулю. По сути это иной способ заявить, что факторы вращают до тех пор, пока те не пройдут через кластеры переменных, например, между V1 и V2 и между V3 и V4 (рис. 15.2).

Терстоун (Therstone, 1947) был, вероятно, первым, кто осознал, что первоначальная позиция факторных осей устанавливалась произвольно, и поэтому такие решения было трудно интерпретировать и еще труднее воспроизвести. Он ввел термин «простая структура», чтобы обозначить случай, при котором каждый фактор имеет некоторое число больших нагрузок и некоторое число маленьких и аналогично каждая переменная имеет существенные нагрузки только по небольшому числу факторов. Его «эмпирические правила» были тщательно обобщены в работе Чайлда (Child, 1990, p. 48).

Табл. 15.1 демонстрирует, насколько легче интерпретировать факторные решения, полученные после вращения, по сравнению с решениями, имевшимися до вращения. Решение, имевшееся до вращения, трудно интерпретировать, поскольку все переменные имеют умеренные нагрузки по первому фактору, в то время как второй фактор, по-видимому, дифференцирует «математические» и «языковые» способности. После вращения решение становится абсолютно ясным. Первый фактор, по-видимому, измеряет языковые способности (благодаря существенным нагрузкам по тестам понимания и правописания), второй — соответствует математическим способностям. Представлены также собственные значения факторов и общности. Благодаря этому становится ясным, что во время вращения общность каждой переменной остается той же самой, а собственные значения факторов — нет.

Перед вращением факторов необходимо принять одно принципиальное решение. Должны ли они оставаться под прямым углом друг к другу («ортогональное вращение») или следует допустить их взаимную корреляцию («облическое вращение»)? Рис. 15.3 четко показывает, что облическое решение иногда необходимо, чтобы позволить факторам занять осмысленное положение по от-

Таблица 15.1

Факторные решения до и после вращения

	До вращения		*После вращения (VARIMAX)*		h^2
	Фактор 1	*Фактор 2*	*Фактор 1*	*Фактор 2*	
Понимание	0,4	0,3	0,50	0,00	0,25
Правописание	0,4	0,5	0,64	0,00	0,41
Сложение	0,4	−0,4	0,13	0,55	0,32
Вычитание	0,5	−0,3	0,06	0,58	0,34
Собственное значение фактора	0,59	0,73	0,68	0,64	1,32

ношению к переменным. Однако вычисление и интерпретация ортогональных решений значительно проще, что объясняет их большую популярность.

Компьютерная программа Кайзера (Kaiser, 1958) VARIMAX представляет в высшей степени распространенный выбор ортогональных вращений, и многие компьютерные программы осуществляют ее как задаваемую по умолчанию. Для тех, кто заинтересован в подобных процедурах, отметим, что концептуально это достаточно просто. Табл. 15.2 содержит *квадраты* каждой нагрузки из табл. 15.1 (возведение в квадрат используется для того, чтобы удалить отрицательные знаки в тех случаях, когда они есть). Нижний ряд табл. 15.2 представляет вариативность (квадрат стандартного отклонения) этих четырех нагрузок, возведенных в квадрат. Видно, что, поскольку некоторые из нагрузок в матрице после вращения были больше, а другие — меньше, вариативность квадратов нагрузок после вращения оказывается намного больше, чем вариативность нагрузок в матрице до вращения (0,041 и 0,034 по сравнению с 0,002 и 0,006). Следовательно, если факторы располагаются так, что вариативность нагрузок (возведенных в квадрат) максимально велика, это должно быть гарантией, что достигнута «простая структура». И это именно тот способ (с очень небольшими модификациями, которые здесь нет необходимости рассматривать), каким действует программа VARIMAX. Она находит вариант вращения, при котором вариативность квадратов факторных нагрузок максимальна.

Таблица 15.2

Возведенные в квадрат факторные нагрузки из табл. 15.1, демонстрирующие принцип вращения по методу VARIMAX

	До вращения		*После вращения (VARIMAX)*	
	Фактор 1	*Фактор 2*	*Фактор 1*	*Фактор 2*
Понимание	0,160	0,090	0,250	0,000
Правописание	0,160	0,250	0,410	0,000
Сложение	0,160	0,160	0,017	0,302
Вычитание	0,250	0,090	0,003	0,336
Вариативность квадратов нагрузок	0,002	0,006	0,038	0,034

Облическое вращение является более сложным. Первая проблема заключается в определении того, может ли такое вращение привести к появлению простой структуры. Вы помните, что «факторная структурная матрица» содержит корреляции между всеми переменными и всеми факторами. Из рис. 15.3 ясно, что, хотя каждый фактор проходит точно через кластер переменных, поскольку факторы коррелируют между собой, больше не соблюдается положение, при котором каждая переменная имеет большую нагрузку (корреляцию) только в одном факторе. Поскольку факторы коррелируют между собой, корреляции между V1, V2 и V3 и фактором 2 не приближаются к нулю. Подобно этому, хотя V4, V5 и V6 будут иметь значительные нагрузки по фактору 2, они будут также иметь существенные корреляции с фактором 1. Это значит, что больше нельзя использовать факторную структурную матрицу, чтобы определить, достигнута ли «простая структура».

Для этой цели может быть вычислена другая матрица, называемая «матрицей факторных паттернов». Она не дает *корреляции* между переменными и факторами; на самом деле числа, которые она включает, могут быть больше 1,0. Зато она показывает, какому фактору какие переменные «принадлежат», по сути, корректируя структуру матрицы с учетом корреляций между факторами. Таким образом, она может быть использована, чтобы определить, достигнута ли простая структура.

Для данных, представленных на рис. 15.3, матрица факторных паттернов будет напоминать запись, полученную при вращении

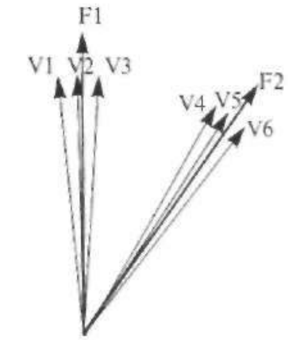


Рис. 15.3. Шесть переменных и два коррелирующих фактора.

методом VARIMAX из табл. 15.1. (В случае ортогональных вращений, таких, как VARIMAX, корреляция между факторами всегда равна 0, и не существует корреляций между факторами, которые нуждались бы в корректировке. Таким образом, числа в матрице факторных паттернов соответствуют числам в структурной матрице.)

Настораживает тот факт, что не существует единой точки зрения относительно того, что следует интерпретировать — матрицу факторной структуры или матрицу факторных паттернов, для того чтобы отождествить факторы или сообщить результаты факторного анализа. Например, Клайн (Kline, 1994, p. 63) констатирует, что «очень важно... чтобы интерпретировалась структура, но не паттерн», однако Кэттелл (Cattell, 1978, ch. 8), а также Табачник и Файделл (Tabatchnick, Fidell, 1989, p. 640) придерживаются полностью противоположного мнения. Брогден (Brogden, 1969) предполагает, что если факторный анализ использует хорошо понятные тесты, но интерпретация факторов неизвестна, тогда следует принимать во внимание матрицу факторных паттернов. Напротив, если известна природа факторов, тогда следует принимать во внимание структурную матрицу. Позиция Брогдена в этом вопросе кажется обоснованной.

У читателей может вызвать удивление тот факт, что вообще существует возможность идентификации фактора, а не переменных, которые в него входят. Однако это так. Например, можно провести корреляционный и факторный анализы выборки поведенческих и психологических показателей. Факторные оценки могут быть подсчитаны для каждого человека, и их можно прокоррелировать с другими тестами. Если набор факторных оценок обнаруживает корреляцию 0,7 с оценками испытуемых по признанной шкале тревожности, с определенной уверенностью можно сделать вывод, что полученный фактор измеряет тревогу. В качестве альтернативы можно включить в анализ несколько хорошо проверенных тестов, чтобы те действовали как «переменные, выполняющие функцию маркеров». Если они имеют большие нагрузки по одному из факторов после вращения, это четко выявит природу данных факторов.

Для проведения облических вращений было написано несколько программ; взаимосвязи между различными методами обсуждают Кларксон и Дженнрих (Clarkson, Jennrich, 1988), а также Харман (Harman, 1967). Техники, подобные *Прямому Облимину* (Jennrich, Sampson, 1966), входят в число наиболее полезных. Почти все эти программы для достижения простой структуры нуждаются в «тонкой настройке» (Harman, 1976) обычно с помощью программного параметра, который контролирует получение облических факторов. Он определяется задаваемой по умолчанию величиной, которая, как отчасти надеется автор программы, будет адекватна в большинстве случаев. Использование этой величины вслепую — хотя и распространенная, но опасная практика. Харман (Harman, 1967) предлагает использовать несколько вращений — каждое с разным значением этого параметра — и интерпретировать то из них, которое окажется самым близким к простой структуре. Я нахожу этот совет вполне обоснованным.

Задание для самопроверки 15.3

Что такое простая структура и почему «получение простой структуры путем вращения» практически всегда осуществляется в ходе факторного анализа?

Факторы и факторные оценки

Представим себе, что проводится факторный анализ заданий теста, измеряющего некоторые умственные способности, например, скорость, с которой люди могут визуально представить себе, как будут выглядеть различные геометрические формы после их вращения или переворачивания. После выполнения факторного или компонентного анализа полученных данных можно обнаружить, что большую часть вариативности объясняет один фактор, в котором существенные нагрузки имеют многие задания теста.

Можно валидизировать этот фактор точно таким же способом, как стали бы валидизировать тест (последнее обсуждалось в главе 13). Например, можно определить, насколько высоко фактор коррелирует с другими психологическими тестами, измеряющими пространственные способности, с показателями выполнения теста и т.д. Однако, чтобы сделать это, необходимо для каждого испытуемого получить показатель по этому фактору — его «факторную оценку».

Один очевидный путь вычисления факторной оценки заключается в том, чтобы выделить задания, имеющие существенные нагрузки по данному фактору, и для каждого испытуемого суммировать оценки, полученные по этим заданиям, игнорируя задания, которые имеют незначительные нагрузки по данному фактору. Например, представим себе, что показатели времени ответов были профакторизованы только для четырех заданий и что они получили факторные нагрузки 0,62; 0,45; 0,18 и 0,90 (после вращения). Это дает основание считать, что задания 1, 2 и 4 измеряют в значительной степени один и тот же конструкт, в то время как задание 3 измеряет скорее что-то отличное от них. Следовательно, можно было бы просмотреть файл данных и у каждого испытуемого усреднить показатели времени ответов только на задания 1, 2 и 4. Таким образом, каждый испытуемый получит «факторную оценку», являющуюся показателем скорости, с которой они могут решить три задания, имеющие существенные нагрузки по фактору. Другой способ проанализировать это — допустить, что оценки каждого испытуемого «взвешены» с использованием следующих чисел 1, 1, 0 и 1. Вес, равный «1», дается, если факторная нагрузка считается существенной (выше 0,4 например); вес, равный нулю, соответствует маленьким незначимым факторным нагрузкам. Таким образом, факторная оценка испытуемого может быть вычислена по такой формуле:

$$1 \times RT_1 + 1 \times RT_2 + 0 \times RT_3 + 1 \times RT_4,$$

или

$$RT_1 + RT_2 + RT_4,$$

где символы от RT_1 до RT_4 представляют показатели времени ответа на задания с 1-го по 4-е, соответственно. «Веса» (нули или единицы) называются «коэффициентами факторной оценки». Если вычислены факторные оценки каждого испытуемого, их можно коррелировать с другими переменными, чтобы установить валидность этого показателя пространственных способностей.

Хотя эта методика вычисления факторных оценок иногда встречается в литературе, она на самом деле имеет свои недостатки. Например, хотя задания 1, 2 и 4 имели факторные нагрузки больше 0,4, задание 4 имело нагрузку, которая существенно выше, чем нагрузка задания 2. Это означает, что задание 4 представляет собой намного лучший показатель фактора, чем задание 2. Должны ли веса — «коэффициенты факторной оценки» — отражать это? Вместо того чтобы быть нулями и единицами, должны ли они каким-то образом быть связаны с размером факторных нагрузок? Этот подход явно имеет смысл, и стандартная программа факторного анализа почти неизменно будет предлагать пользователям опцию вычисления этих коэффициентов факторных оценок — по одной для каждой переменной и для каждого фактора. После их получения не составит труда умножить оценку каждого испытуемого по каждой переменной на соответствующий коэффициент факторной оценки и таким образом вычислить «факторную оценку» каждого испытуемого по каждому фактору. Большинство компьютерных программ даже сделают это вычисление за вас.

Для полноты картины следует упомянуть, что коэффициенты факторной оценки не применимы к «сырым» оценкам по каждому заданию, их можно использовать только со «стандартизованными» оценками. Рассмотрим задание 1. Если испытуемый имеет время ответа на это задание 0,9 с, тогда как среднее время ответа на остальные задания выборки вместе с этим заданием составляет 1,0 с, а стандартное отклонение — 0,2 с, то время ответа 0,9 с будет преобразовано в стандартизованную величину $\frac{0{,}9-1{,}0}{0{,}2}=-0{,}5$.

Именно эта величина, а не первичная величина 0,9 с, используется при вычислении факторных оценок.

Сама процедура вычисления коэффициентов факторной оценки не должна нас здесь беспокоить. Для тех, кто заинтересуется этим вопросом, его основательные обсуждения можно найти в руководствах Хармана (Harman, 1976, ch. 16), Комри и Ли (Comrey, Lee, 1992, sec. 10.3), а также Харриса (Harris, 1967). Вычисление факторных оценок — простое дело, когда используется анализ главных компонент, проблема усложняется в случае применения любой формы факторного анализа. Здесь существует несколько разных методов, предназначенных для вычисления факторных оценок, каждый со своими собственными достоинствами и недостатками.

Метод Бартлетта — один из лучших (как утверждают McDonald, Burr, 1967), и он присутствует как опция во многих пакетах по факторному анализу.

Задание для самопроверки 15.4

Предположим, что менеджер по персоналу провел факторный анализ оценок соискателей по ряду тестов. Как можно использовать этот анализ для того, чтобы решить, какие тесты больше не будут предсказывать, насколько хорошо работники справятся со своими обязанностями?

Иерархический факторный анализ

Когда проводится облическое факторное вращение, получаемые факторы обычно коррелируют между собой. Матрица взаимных корреляций факторов представляет углы между факторами, и *сама* может быть подвергнута факторному анализу. Иначе говоря, корреляции между факторами можно проанализировать и выделить любые кластеры факторов, т.е. произвести факторный анализ «второго порядка», или «второго уровня» (факторизация корреляций между переменными — это анализ «первого порядка»), и исследователи, например, Кэттелл, широко использовали эту методику. Полезность такого анализа можно проиллюстрировать с помощью примера.

Недавно вместе с Крисом МакКонвиллом мы задались целью установить, какими могут быть основные параметры настроения (McConville, Cooper, 1992b). Мы провели факторный анализ корреляций более 100 заданий, направленных на оценку настроения, извлекли и подвергли облическому вращению пять факторов первого порядка, соответствующих основным параметрам настроения, обсуждавшимся в главе 10. Затем мы провели факторный анализ корреляций между этими факторами первого порядка и обнаружили, что четыре из этих факторов коррелируют между собой, образуя фактор настроения второго порядка, названный «негативный аффект». Пятый фактор настроения имел незначительную нагрузку по этому фактору. Таким образом была установлена иерархия факторов настроения, как показано на рис. 15.4.

Если имеется много факторов второго порядка и они обнаруживают приемлемую степень корреляции, будет вполне законным провести факторный анализ корреляций между факторами второго порядка, чтобы выполнить факторный анализ третьего порядка.

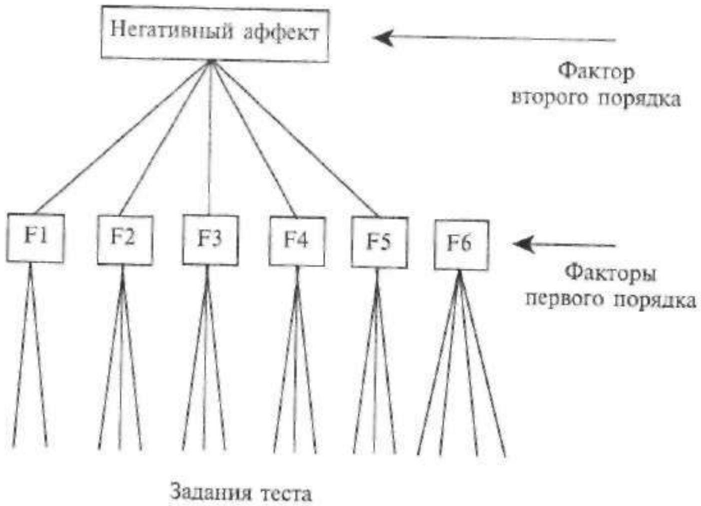


Рис. 15.4. Пример иерархического факторного анализа из работы МакКонвилла и Купера (McConville, Cooper, 1992b).

Процесс можно продолжать либо до тех пор, пока корреляции не станут, по сути, равными нулю, либо до тех пор, пока не получится только один фактор.

Проблема, присущая этому иерархическому анализу, состоит в том, что может быть чрезвычайно трудно идентифицировать или концептуализировать факторы второго и более высоких порядков. В то время как факторы первого порядка могут быть экспериментально идентифицированы выделением заданий с существенными нагрузками, матрица факторов второго порядка показывает, как факторы первого порядка нагружают фактор (факторы) второго порядка. По этой причине может быть достаточно сложно идентифицировать факторы второго порядка. Например, что можно было бы сделать с фактором, который, оказывается, измеряет первичные способности к правописанию, визуализации образов и способности в области механики. Было бы намного легче проанализировать, что происходит, если бы можно было показать, что около дюжины переменных имеют большие нагрузки по фактору второго порядка, вместо того чтобы пытаться интерпретировать факторы второго порядка в категориях только двух больших нагрузок, присущих факторам первого порядка.

Для того чтобы преодолеть эту проблему, было изобретено несколько методов. Все они связывают факторы второго и более высоких порядков с непосредственно наблюдаемыми переменными (Schmid, Leiman, 1957). В приведенном выше примере факторы второго порядка будут определены не в категориях первичных факторов (правописание, визуализация, способности в области механики и т.д.), а в категориях действительных переменных. МакКонвелл и Купер (McConville, Cooper, 1992b) приводят пример использования этой методики на практике. Ни один из стандартных пакетов, осуществляющих факторный анализ, не включает методику Шмида—Лемана, но такие пакеты, как EQS и LISREL (описанные ниже), могут выполнять подобный анализ.

Вторая проблема, связанная с таким анализом, касается ошибки измерения. Иногда несколько довольно разных факторов первого порядка почти в полной мере удовлетворяют требованиям, поскольку это касается критерия соответствия простой структуре. Однако более или менее произвольный выбор одного такого решения будет оказывать мощный эффект на корреляции между факторами и, следовательно, на количество и природу факторов второго порядка. Факторный анализ следует осуществлять с особой тщательностью, если предполагается получить иерархические решения.

Конфирматорный факторный анализ

Полное изучение этой темы выходит за рамки данного текста. Цель этого раздела — просто указать на то, что существует такой метод, и дать пример его использования. В то время как основная цель исследовательского факторного анализа заключается в определении (путем вращения факторов и достижения простой структуры) количества и природы факторов, которые лежат в основе данных, конфирматорный факторный анализ (как следует из его названия) проверяет гипотезы или, скорее, позволяет пользователю выбрать между несколькими конкурирующими гипотезами, описывающими структуру данных. Например, предположим, вас заинтересовало использование опросника, измеряющего отношение к питанию. В результате обзора литературы вы можете установить, что в части предшествующих исследований утверждается, что 10 из 20 заданий формируют один фактор, а оставшиеся 10 заданий формируют другой фактор, и корреляция этих факторов равна 0,4. Другая часть исследований с применением того же теста может указывать на то, что все 20 заданий теста формируют один фактор. Принципиально важно узнать, которое из этих утверждений правильно. В результате первого у каждого человека будут вычислены две оценки, в то время как второе будет приводить только к одной оценке. Для того чтобы определить, какая из этих конкурирующих моделей лучше всего соответствует данным, можно использовать конфирматорный факторный анализ.

Для конфирматорного факторного анализа можно использовать модели либо исследовательского факторного анализа, либо метода главных компонент. Однако почти все исследования базируются на моделях исследовательского факторного анализа, где устаналиваются общности каждой переменной. В действительности можно выполнить иерархический факторный анализ и проверить огромный диапазон моделей, используя эту методику. Хорошее описание конфирматорного факторного анализа и источника его происхождения — моделирования с помощью линейных структурных уравнений дается, в частности, в работах Лонга (Long, 1983), Лоелина (Loehlin, 1987) и Комрея и Ли (Comrey, Lee, 1992, ch. 12, 13). Клайн (Kline, 1994) и Чайлд (Child, 1990) предлагают более простое введение в эту проблему.

Ряд компьютерных программ был написан для выполнения конфирматорного факторного анализа. Наиболее известная из них — LISREL — разработана Карлом Йорескогом, статистиком, который изобрел этот метод. EQS (Bentler, 1989) — другая программа, которая, по-видимому, проще для использования, чем LISREL. Поскольку конфирматорный факторный анализ — одна из простейших форм моделирования с помощью линейных структурных уравнений, любая программа такого типа должна выполнять этот анализ.

Конфирматорный факторный анализ рассматривает базисные данные (тестовые оценки, ответы на задания теста, физиологические показатели и т.д.) как вызванные или обусловленные одним (или более) фактором (часто называемым «латентной переменной»). Таким образом, может быть составлен ряд уравнений, каждое из которых предположительно показывает, какой фактор (факторы) влияет на какую переменную (переменные).

Например, предположим, мы постулируем наличие двух факторов — общего интеллекта (g) и тестовой тревоги (ТА). Предположим также, что оценки по некоему тесту (тест 1) находятся под влиянием обоих этих факторов, но влияние общего интеллекта

больше, чем влияние тестовой тревоги. Мы можем представить это в виде простого уравнения типа:

$$\text{Тест } 1 = 0{,}8 \times g + 0{,}1 \times \text{ТА} + \text{уникальная дисперсия.}$$

Числа 0,8 и 0,1 показывают степень связи между переменными и каждым фактором — факторные нагрузки. Каждое из этих чисел может быть:

- определено непосредственно в виде числа (как в приведенном выше примере);
- установлено с помощью компьютерной программы;
- принято равным другим величинам, которые уже установлены. Например, можно считать, что все тесты находятся под влиянием тестовой тревоги в равной, но неизвестной степени. (Такая возможность выбора на практике может быть проблематичной.)

В конфирматорном факторном анализе обычно уравнение пишется для каждой переменной, показывая, какой фактор (или факторы) предположительно влияет на показатели по этой переменной, хотя, как правило, не устанавливается *размер* нагрузок. Любые факторные нагрузки, которые не определены, принимаются равными 0. Необходимо указать также на то, что дисперсия каждого фактора равна 1,0. Затем компьютерная программа устанавливает наилучшие возможные значения для каждой из нагрузок и также вычисляет статистики, показывающие, насколько полно постулируемая структура соответствует реальным данным. Обычная практика состоит в том, чтобы попытаться применить несколько различных моделей и выбрать одну, которая дает наибольшее соответствие, т.е. ту, которая лучше всего подтверждается данными.

Лоелин (Loehlin, 1987) приводит подробное обсуждение того, как интерпретировать различные показатели соответствия модели. Хотя показатели соответствия полезны для того, чтобы сделать выбор между конкурирующими моделями, они не особенно эффективны для выработки абсолютных критериев соответствия определенной модели. Это означает, что методика не способна с легкостью установить, будут ли выявлены в полученных данных какие-либо определенные паттерны факторов и факторных нагрузок, но она может быть полезна при выяснении степени конкурентоспособности этих моделей.

Обычно практикуется представлять связи между переменными, общими факторами и уникальными факторами с помощью

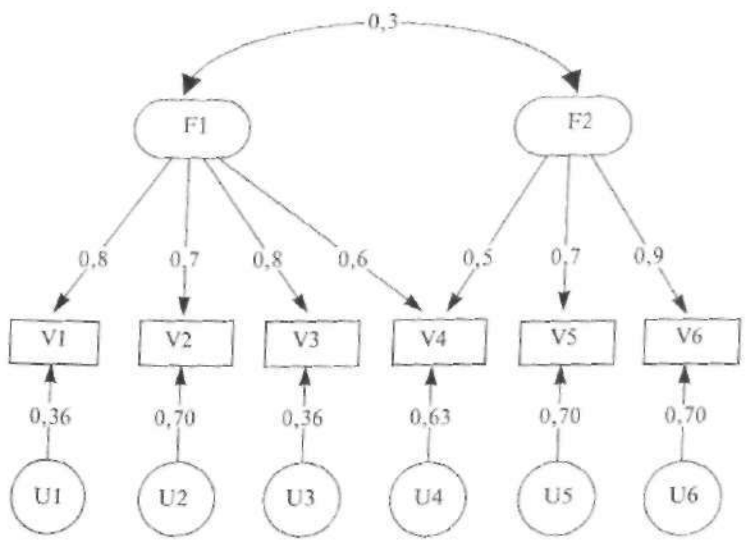


Рис. 15.5. Диаграмма путей, демонстрирующая, как два коррелирующих фактора (F1 и F2) влияют на значения шести наблюдаемых переменных (от V1 до V6). Представлены также уникальные дисперсии переменных (от U1 до U6).

диаграммы, называемой «диаграмма путей». Пример должен сделать это более понятным.

На рис. 15.5 представлены два фактора F1 и F2, каждый из которых, предположительно, влияет на переменные (от V1 до V6), на числа пока не обращайте внимания. Вы можете заметить, что V4 находится под влиянием обоих факторов, а на другие переменные влияет только один из них. На диаграмме показаны также уникальные дисперсии каждой переменной (от U1 до U6). Каждая линия, связывающая фактор с наблюдаемой переменной, имеет стрелку на одном конце, указывающую, что по допущению фактор обусловливает определенную наблюдаемую переменную (а не наоборот). Кривая, соединяющая фактор 1 и фактор 2, представляет корреляцию, т.е. факторы 1 и 2 коррелируют между собой. Таким образом, эта диаграмма соответствует облическому факторному решению.

Числа, расположенные на каждой из линий, представляют со-

Таблица 15.3

Матрица факторной модели, эквивалентная диаграмме путей, помещенной на рис. 15.5

Переменные	*Фактор 1*	*Фактор 2*	h^2
V1	0,8	0,0	0,64
V2	0,7	0,0	0,49
V3	0,8	0,0	0,64
V4	0,6	0,5	0,61
V5	0,0	0,7	0,49
V6	0,0	0,7	0,49

ных паттернов), или, если это кривая линия, такие числа обозначают корреляции между этими факторами. Однако в большинстве случаев все числа будут установлены программой. Так, диаграмма путей на рис. 15.5 соответствует матрице факторных паттернов, представленной в табл. 15.3.

Несколько других вероятных диаграмм путей может быть построено на основе теории или предшествующего исследования, и каждую можно проверить, чтобы определить, насколько полно она соответствует данным. Таким способом исследователь может осуществить выбор между различными теоретическими конкурирующими моделями. Однако здесь существует определенный риск, связанный с использованием этих методов. Слишком легко пуститься в «рискованное предприятие», модифицируя модель снова и снова, чтобы улучшить уровень ее соответствия, независимо от ее психологического правдоподобия. Действительно, компьютерные пакеты EQS и LISREL одобряют эту практику, подсказывая, какие части модели нуждаются в модификации. Однако компьютерная программа ничего не знает о психологии или теории факторного анализа и нередко будет предлагать что-то, лишенное смысла, допуская, например, чтобы уникальные вариативности различных переменных коррелировали между собой. Такая модель может исключительно хорошо соответствовать данным, полученным на определенной выборке, и тем не менее иметь мало психологического смысла (и маловероятно, что она будет воспроизведена на других выборках). Однако всегда, когда есть необходимость фирматорный факторный анализ может оказаться очень полезным инструментом.

Представленное выше описание было намеренно упрощено, и читатели, которые собираются использовать этот метод, прибегая к другим источникам, должны усвоить:

- что этот анализ обычно проводится на материале ковариаций, а не корреляций
  и
- что именно подразумевается под «идентификацией» модели.

Резюме

Факторный анализ — это исключительно полезный метод для прояснения связей между некоторым количеством переменных, измеренных в интервальной шкале или шкале отношений. Он может быть применен к любым данным такого рода — от физических или физиологических показателей до заданий опросников. В этой главе было описано, как проводить технически обоснованный факторный анализ, и были четко обозначены некоторые общие ошибки, иногда проникающие в публикуемые статьи. Наконец, в ней был представлен конфирматорный факторный анализ как полезный метод для выбора между различными конкурирующими факторно-аналитическими моделями.

Предложения по дополнительному чтению

Их дано достаточно много в тексте. Книги Чайлда (Child) и Клайна (Kline) наиболее просты, книги Горсача (Gorsuch) и Комрея (Comrey) также весьма приемлемы для читателей, не имеющих математической подготовки.

Ответы на задания по самопроверке

15.1. В связи с этим предложением возникают проблемы, наиболее очевидная из которых состоит в том, что «место жительства» — это переменная, которая не может быть измерена по шкале интервалов. Когда устанавливаются числовые коды, полностью произвольным является присвоение «1» Корнуоллу или Кембрии, поэтому коды не образуют какую-либо шкалу. Следовательно, они должны быть исключены из факторного анализа. (Чтобы выявить различия в математических способностях между учащимися графств, вы могли бы предложить коллеге вычислить факторные оценки по каждому из факторов, а затем провести анализ вариативности, используя «графство» как межиндивидуальный фактор.)

Другая проблема состоит в том, что в анализ включено больше переменных, чем имеется испытуемых в выборке. Таким образом, хотя количество испытуемых больше, чем «магическое» число 100, эти данные не годятся для факторного анализа. Вы могли бы предложить вашей коллеге собрать несколько больше данных, для того чтобы увеличить размер выборки по крайней мере до 150. Полезно было бы предупредить ее также о тех проблемах, которые связаны с факторизацией дихотомических данных, когда единственно возможным ответом является 0 или 1. Если обнаружится, что задания коренным образом отличаются по степени сложности (которая отражается в пропорции индивидуумов, правильно отвечающих на каждое задание), вы могли бы обратиться к литературе с целью поиска альтернатив корреляции Пирсона, которые подходят для факторного анализа.

Наконец, вам было бы полезно проверить вместе с вашей коллегой, что детям было дано достаточно времени, чтобы попытаться решить все задания теста, и установить, кодировались ли задания, которые они не пытались решить, так же как и задания, которые решены неправильно, или этим заданиям давали особый код и рассматривали их как отсутствующие данные. Если заданиям, которые дети не пытались решить, давали такой же код, как и «неправильному ответу» (например, «0»), становится ясным, что могут возникнуть проблемы в том случае, если не всем детям удалось закончить тест в отведенное время. Задания, расположенные в конце теста, будут казаться более трудными, чем они есть на самом деле, просто потому, что только некоторым детям удастся дойти до них. В подобных обстоятельствах, возможно, было бы лучше просто проанализировать первые 50 заданий (или около того), в таком случае отпадает необходимость собирать дополнительные данные, поскольку выборка из 100 испытуемых была бы адекватна такому числа заданий.

15.2. Три и четыре. Вам следует, вероятно, выделить три фактора, имея в виду, как было установлено, что тест «каменистой осыпи» действует лучше, чем метод Кайзера–Гуттмана.

15.3. Простая структура — показатель того, насколько точно каждый фактор проходит через кластер переменных. Предположим, что факторы сохраняют положение под прямыми углами, представляя ортогональное вращение. Если с помощью вращения была достигнута простая структура, то каждый фактор будет иметь несколько высоких корреляций (выше 0,4 или ниже –0,4) между некоторыми переменными и корреляции, которые близки к нулю (например, плюс/минус 0,1) между всеми остальными. При этом должно быть очень немного корреляций средней величины в диапазоне плюс/минус 0,1–0,4. Если также проанализировать строки факторной матрицы, то каждая переменная должна иметь большую нагрузку только по одному или двум факторам. В значительной степени такое же положение существует для вариантов облического вращения (в котором факторы расположены не под прямым углом) за исключением того, что «матрица факторных паттернов», которая используется, чтобы определить простоту решения, не содержит корреляций между переменными и факторами, хотя интерпретируется таким же образом.

Поскольку исходная позиция факторов по отношению к переменным, по сути, произвольна, то если не проводилось вращение, приводящее к простой структуре, различные исследователи будут сообщать о весьма разных результатах. Таким образом, важно обеспечить стабильную идентификацию факторов, получаемых в разных исследованиях.

15.4. Факторный анализ будет показывать природу и степень перекрытия между оценками теста и, вероятно, приведет к появлению нескольких факторов, измеряющих личностные особенности и/или способности. Оценки можно вычислить для соискателя по каждому из этих факторов («факторные оценки»), и каждая из этих факторных оценок может быть валидизирована таким же способом, как валидизируются тесты и как это было показано в главе 13. Например, за соискателями могут вести тщательное наблюдение и коррелировать их факторные оценки с показателями продуктивности, или рангами, которые им выставляет инспектор за выполнение работы. Чтобы определить любые различия в факторных оценках между разными группами рабочих, например тех, кто медленнее продвигается по службе, или тех, которые уволились может быть использована ANOVA.

Если некоторые из факторных оценок действительно окажутся полезными в процессе отбора, тесты, имеющие высокие нагрузки по этим факторам, с пользой могут быть сохранены. Те же, которые не будут нагружать ни один из полезных факторов, можно, вероятно, изъять из батареи оценок.